【論　文】
UDC：532.526

日本建築学会構造系論文報告集
第404号・1989年10月

境界要素法の破壊力学問題への適用
—J 積分法による応力拡大係数の解析—

正会員　村上　聖*
正会員　岸谷孝一**
正会員　平居孝之***

1. 序　論

線形破壊力学が成立する小規模降伏状態の下では，応力拡大係数がき裂進展の有用なクライテリオンであり，構造工学では脆性材料の破壊現象を記述するために利用されている。その際に，実用問題における任意の境界条件の下での応力拡大係数を精度良く求めることが重要な課題となる。筆者の一人は，静弾性問題への境界要素法の適用性に関する一連の研究を通して，特に重ね合わせの原理に基づく間接境界要素法の開発ならびにその有用性を既に報告している[1),2)]。また，二次元静弾性問題を対象とする間接境界要素法プログラム（一定要素を用いたものは既報[3)]）に J 積分の数値計算サブルーチンを組み込み，精度良く簡便に応力拡大係数を評価することができる手法を活用して，コンクリートのひび割れ進展機構の解明にその結果を応用している[4)~6)]。

応力拡大係数の解析には，種々の方法があるが，理論的解法により応力拡大係数の厳密解が求められる問題は非常に限られており，コンピュータによる数値解法が，この分野においても近似解を求めるための強力な手段となっている。そのうちで，有限要素法は，理論的基礎や実用面での応用範囲の広さなどの点ですぐれた数値解法であるが，き裂問題に関しては入力の手間や計算時間などの経済性や精度面で境界要素法に比較して劣るものと考えられる。また，西谷によってき裂問題を対象に開発された体積力法は，重ね合わせの原理に基づく解析方法の一つであり，き裂部分の応力の特異性に対応した体積力の分布を用いることにより，非常に精度の良い応力拡大係数を求めることが可能で，種々の問題に適用されてその有用性が認められている[7),8)]。しかし，体積力法に代表される重ね合わせの原理に基づく従来の方法は，変位の解析が含まれていないので，変位で与えられた境界条件を含む第2種あるいは混合境界値問題に適用できなかった。本研究における解析方法は，いずれの境界値問題にも適用でき，例えば異種材料の接合面における残留応力の解析などに実績がある[9),10)]。

本研究では，有限要素法を用いたき裂解析手法を境界要素法に応用し，任意境界条件のき裂問題の解析例を通じて，その有用性を明らかにする。

2. き裂解析手法

き裂先端の特異性を特別に考慮していない通常の数値解法を用いたき裂解析手法には，直接応力法，直接変位法，全エネルギー法，J 積分法などがある[11)]。ここでは境界要素法を用いたこれらの手法の適用について，以下で具体的に説明する。

2-1　直接応力法および変位法

応力拡大係数で表示されるき裂先端近傍の応力あるいは変位の近似式に，数値解析によって求められた応力あるいは変位の計算値を直接代入することにより，応力拡大係数の近似値が求められる。ただし，き裂先端近傍の応力あるいは変位の計算値は，き裂先端の応力の特異性により一般に精度の悪いのが普通であり，本解析方法もその例外ではない。そこで，種々のき裂先端からの距離 r の点について求めた応力拡大係数の値を $r\to 0$ に直線外挿することにより，精度の比較的に良い解が得られた。

2.2　全エネルギー法

ひずみエネルギー解放率 G は，き裂が微小面積 dA だけ進展するときのひずみエネルギーの変化を dU とすれば，$G=-\partial U/\partial A$（変位一定），$\partial U/\partial A$（外力一定）であり，また応力拡大係数 K と次式により関係づけられる。

$$K=\sqrt{E'\cdot G} \quad \cdots\cdots (1)$$

ただし，$E'=E/(1-\nu^2)$（平面ひずみ状態），E（平面応力状態），E；ヤング係数，ν；ポアソン比。そこで，わずかに異なるき裂長さについてひずみエネルギーの変化を計算し，$\partial U/\partial A$ を $\Delta U/\Delta A$ として差分近似により求めれば，式（1）から応力拡大係数が得られる。そ

本論文は，Journal of the Faculty of Engineering, the University of Tokyo (B), Vol. 37, No. 3, 1984（東京大学工学部紀要）に発表した。
* 熊本大学　講師・工博
** 日本大学　教授・工博（東京大学名誉教授）
*** 大分大学　教授・工博
（1989年2月16日原稿受理，1989年7月19日採用決定）

の際に，ΔA をできるだけ小さくする必要があるが，それによりひずみエネルギーの変化も小さくなるので，数値計算において有効数字の桁落ちによる誤差が無視できなくなる。そこで，種々の ΔA に対して応力拡大係数を計算し，$\Delta A \to 0$ に直線外挿することにより，精度の良い解が得られた。また，ひずみエネルギーの計算は，境界要素法ではひずみエネルギー密度を領域全体にわたって積分することができないので，外力仕事を計算する方法によった。

2.3　J 積分法

Rice によって導入された J 積分は，線形弾性体においてひずみエネルギー解放率に一致することから，次式で定義される J 積分を数値計算することにより，応力拡大係数が求められる。

$$J=\int_{\Gamma}\left(wdy-\boldsymbol{T}\cdot\frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial x}\,dc\right) \quad \cdots\cdots (2)$$

ただし，$\boldsymbol{w}$；ひずみエネルギー密度，$\boldsymbol{T}$；経路 Γ に沿う分布力ベクトル，$\boldsymbol{u}$；経路 Γ に沿う変位ベクトル，$\boldsymbol{dc}$；経路 Γ 上の線素（図―1参照)。

本解析では，積分経路 Γ を線分要素に分割して，各要素の中点における離散値の総和として J 積分を近似的に求めた。すなわち，

$$J \fallingdotseq \sum_{j}\left(w\Delta y-\boldsymbol{T}\cdot\frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial x}\,\Delta c\right)_{\Gamma_j} \quad \cdots\cdots (3)$$

ただし，W，$\boldsymbol{T}$，$\partial \boldsymbol{u}/\partial x$ は，それぞれ経路要素 Γ_j の中点におけるひずみエネルギー密度，分布力ベクトル，変位の偏微分場の離散値であり，以下のようにして求めた。

○ひずみエネルギー密度 W は，応力の計算値から次式により求めた。

$$W=\frac{1}{2}\left\{\frac{1}{E'}(\sigma_x^2+\sigma_y^2-2\,\nu'\sigma_x\sigma_y)+\frac{1}{G}\,\tau_{xy}^2\right\} \quad \cdots\cdots (4)$$

ただし，$\nu'=\nu/(1-\nu)$（平面ひずみ状態)，ν（平面応力状態)。

○経路 Γ に沿う分布力ベクトル $\boldsymbol{T}$ は，応力の計算値から次式により求めた。

$$\begin{Bmatrix} T_x\Delta c \\ T_y\Delta c \end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix} \sigma_x n_x\Delta c+\tau_{xy}n_y\Delta c \\ \tau_{xy}n_x\Delta c+\sigma_y n_y\Delta c \end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix} \sigma_x\Delta y-\tau_{xy}\Delta x \\ \tau_{xy}\Delta y+\sigma_y\Delta x \end{Bmatrix} \quad \cdots\cdots (5)$$

ただし，n_x，n_y は，それぞれ Γ 上の外向き法線ベクトル $\boldsymbol{n}$ の x，y 軸方向成分である。

○変位の偏微分場 $\partial \boldsymbol{u}/\partial x$ は，本解析では基本解の偏微分場を重ね合わせる方法により求めた。以下に，その基本原理について述べる。

いま，図―2に示すように問題の領域を Ω，その外部領域を Ω^c として，問題の境界表面 L 上に重み荷重 $\boldsymbol{W}$ を作用させる。そのとき，Ω 内部の点 K における応力および変位場は，重ね合わせの原理により次式のように求められる。

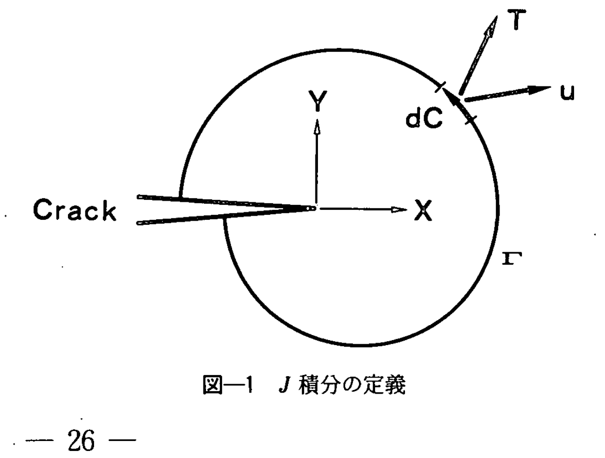
$$\left.\begin{aligned} u_i^K&=\int_L {}^{*Sk}u_i^K\cdot W_k^S dL \\ \sigma_{ij}^K&=\int_L {}^{*Sk}\sigma_{ij}^K\cdot W_k^S dL \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots (6)$$

ただし，記号に付けた下指標は座標軸を表し，総和規約に従うものとする。また，左肩指標は基本解のソース位置とその作用方向，右肩指標は観測点を表し，また ${}^{*Sk}u_i^K$ および ${}^{*Sk}\sigma_{ij}^K$ は，基本解すなわち無限領域 $\Omega+\Omega^c$ 内部の点 S において k 方向の単位集中荷重が作用するときの点 K における変位および応力を，W_k^S は境界表面 L 上の点 S に作用させた k 方向の重み荷重をそれぞれ示す。式（6）において，問題の領域内部の点 K の境界表面上の点 S への極限操作を行えば，次式が得られる。

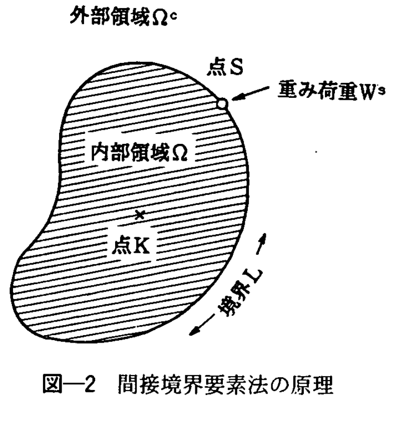
$$\left.\begin{aligned} u_i^S&=\int_L {}^{*Sk}u_i^S\cdot W_k^S\,dL \\ T_i^S&=\sigma_{ij}^S\cdot n_j=\int_L {}^{*Sk}\sigma_{ij}^S\cdot n_j\cdot W_k^S\,dL \\ &=\int_L {}^{*Sk}T_i^S\cdot W_k^S\,dL \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots (7)$$

上式が重ね合わせの原理に基づく間接境界要素法の基礎式であり，与えられた境界条件を満足するように未知数である重み荷重の分布密度を定めれば，式（6）から領域内部の任意の点における応力および変位が求められる。また，変位の偏微分場は次式により求められる。

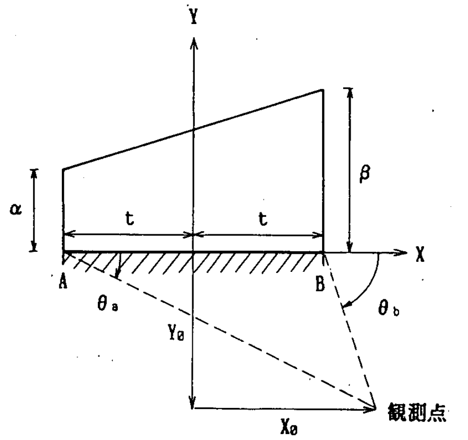
$$\frac{\partial u_i^K}{\partial x}=\int_L\frac{\partial\,{}^{*Sk}u_i^K}{\partial x}\cdot W_k^S\,dL \quad \cdots\cdots (8)$$



図―1　J 積分の定義



図―2　間接境界要素法の原理



図—3　線形分布重み荷重

以下に，線形分布の重み荷重に対して基本解の偏微分場の境界積分解析式を示す（図—3 参照)。

重み荷重が x 方向に作用する場合,

$Y_0 \neq 0$ のとき

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial u_x}{\partial x}=&\Bigl[\Bigl\{-A\cdot TT+(B-A)FF+\frac{B}{2}\cdot SS\Bigr\}\,Y_0\\
&-\Bigl(A\cdot AA-\frac{B}{2}\cdot CC\Bigr)(X_0-t)\Bigr]\frac{\alpha}{2\,t}\\
&+\Bigl[-\Bigl\{-A\cdot TT+(B-A)AA+\frac{B}{2}\cdot SS\Bigr\}\,Y_0\\
&+\Bigl(A\cdot AA-\frac{B}{2}\cdot CC\Bigr)(X_0+t)\Bigr]\frac{\beta}{2\,t},
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial u_x}{\partial y}=&\Bigl[\Bigl\{(A-2\,B)AA-\frac{B}{2}\cdot CC\Bigr\}\,Y_0\\
&-\Bigl\{(A-B)FF-\frac{B}{2}\cdot SS\Bigr\}(X_0-t)\Bigr]\frac{\alpha}{2\,t}\\
&+\Bigl[-\Bigl\{(A-2\,B)AA-\frac{B}{2}\cdot CC\Bigr\}\,Y_0\\
&+\Bigl\{(A-B)FF-\frac{B}{2}\cdot SS\Bigr\}(X_0+t)\Bigr]\frac{\beta}{2\,t},
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial u_y}{\partial x}=&\Bigl[-B\Bigl(AA+\frac{CC}{2}\Bigr)\,Y_0+\frac{B}{2}\cdot SS(X_0-t)\Bigr]\frac{\alpha}{2\,t}\\
&+\Bigl[B\Bigl(AA+\frac{CC}{2}\Bigr)\,Y_0-\frac{B}{2}\cdot SS(X_0+t)\Bigr]\frac{\beta}{2\,t},
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial u_y}{\partial y}=&\Bigl[-B\Bigl(TT+\frac{SS}{2}+2\,FF\Bigr)\,Y_0\\
&-B\Bigl(AA+\frac{CC}{2}\Bigr)(X_0-t)\Bigr]\frac{\alpha}{2\,t}\\
&+\Bigl[B\Bigl(TT+\frac{SS}{2}+2\,FF\Bigr)\,Y_0\\
&+B\Bigl(AA+\frac{CC}{2}\Bigr)(X_0+t)\Bigr]\frac{\beta}{2\,t}
\end{aligned}
$$

$Y_0=0$, $|X_0|\neq t$ のとき

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial u_x}{\partial x}=&A\Bigl(1+BB\cdot\frac{X_0-t}{2}\Bigr)\,\alpha\\
&-A\Bigl(1+BB\cdot\frac{X_0+t}{2\,t}\Bigr)\,\beta,
\end{aligned}
$$

$$
\frac{\partial u_x}{\partial y}=\begin{cases}0 & (|X_0|>t),\\ \pi(A-B)\dfrac{X_0-t}{2\,t}\cdot\alpha-\pi(A-B)\dfrac{X_0+t}{2\,t}\cdot\beta & (|X_0|<t),\end{cases}
$$

$$
\frac{\partial u_y}{\partial x}=0,
$$

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial u_y}{\partial y}=&B\Bigl(1+BB\cdot\frac{X_0-t}{2\,t}\Bigr)\,\alpha\\
&-B\Bigl(1+BB\cdot\frac{X_0+t}{2\,t}\Bigr)\,\beta,
\end{aligned}
$$

重み荷重が y 方向に作用する場合,

$Y_0 \neq 0$ のとき

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial u_x}{\partial x}=&\Bigl[-B\Bigl(AA+\frac{CC}{2}\Bigr)\,Y_0+\frac{B}{2}\cdot SS(X_0-t)\Bigr]\frac{\alpha}{2\,t}\\
&+\Bigl[B\Bigl(AA+\frac{CC}{2}\Bigr)\,Y_0-\frac{B}{2}\cdot SS(X_0+t)\Bigr]\frac{\beta}{2\,t},
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial u_x}{\partial y}=&\Bigl[-B\Bigl(TT+\frac{SS}{2}+2\,FF\Bigr)\,Y_0-\\
&B\Bigl(AA+\frac{CC}{2}\Bigr)(X_0-t)\Bigr]\frac{\alpha}{2\,t}\\
&+\Bigl[B\Bigl(TT+\frac{SS}{2}+2\,FF\Bigr)\,Y_0\\
&+B\Bigl(AA+\frac{CC}{2}\Bigr)(X_0+t)\Bigr]\frac{\beta}{2\,t}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial u_y}{\partial x}=&\Bigl[-\Bigl\{A\cdot TT+\frac{B}{2}\cdot SS+(A+B)\,FF\Bigr\}\,Y_0\\
&-\Bigl(A\cdot AA+\frac{B}{2}\cdot CC\Bigr)(X_0-t)\Bigr]\frac{\alpha}{2\,t}\\
&+\Bigl[\Bigl\{A\cdot TT+\frac{B}{2}\cdot SS+(A+B)\,FF\Bigr\}\,Y_0\\
&+\Bigl(A\cdot AA+\frac{B}{2}\cdot CC\Bigr)(X_0+t)\Bigr]\frac{\beta}{2\,t},
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial u_y}{\partial y}=&\Bigl[\Bigl\{(A+2\,B)\,AA+\frac{B}{2}\cdot CC\Bigr\}\,Y_0\\
&-\Bigl\{(A+B)\,FF+\frac{B}{2}\cdot SS\Bigr\}(X_0-t)\Bigr]\frac{\alpha}{2\,t}\\
&+\Bigl[-\Bigl\{(A+2\,B)\,AA+\frac{B}{2}\cdot CC\Bigr\}\,Y_0\\
&+\Bigl\{(A+B)\,FF+\frac{B}{2}\cdot SS\Bigr\}(X_0+t)\Bigr]\frac{\beta}{2\,t},
\end{aligned}
$$

$Y_0=0$, $|X_0|\neq t$ のとき

$$
\frac{\partial u_x}{\partial x}=0,
$$

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial u_x}{\partial y}=&B\Bigl(1+BB\cdot\frac{X_0-t}{2\,t}\Bigr)\,\alpha\\
&-B\Bigl(1+BB\cdot\frac{X_0+t}{2\,t}\Bigr)\,\beta,
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial u_y}{\partial x}=&A\Bigl(1+BB\cdot\frac{X_0-t}{2\,t}\Bigr)\,\alpha\\
&-A\Bigl(1+BB\cdot\frac{X_0+t}{2\,t}\Bigr)\,\beta,
\end{aligned}
$$

$$\frac{\partial u_y}{\partial y}=\begin{cases} 0 & (|X_0|>t), \\ \pi(A+B)\dfrac{X_0-t}{2t}\cdot\alpha-\pi(A+B)\dfrac{X_0+t}{2t}\cdot\beta & (|X_0|<t), \end{cases}$$

ただし，

$$A=\frac{(\nu-3)(\nu+1)}{4\pi E},\quad B=\frac{(\nu+1)(\nu+1)}{4\pi E},$$

$$CC=\cos 2\theta_b-\cos 2\theta_a,\ SS=\sin 2\theta_b-\sin 2\theta_a,$$

$$FF=\theta_b-\theta_a,\quad AA=ln\left|\frac{\sin\theta_b}{\sin\theta_a}\right|,$$

$$TT=\cot\theta_b-\cot\theta_a$$

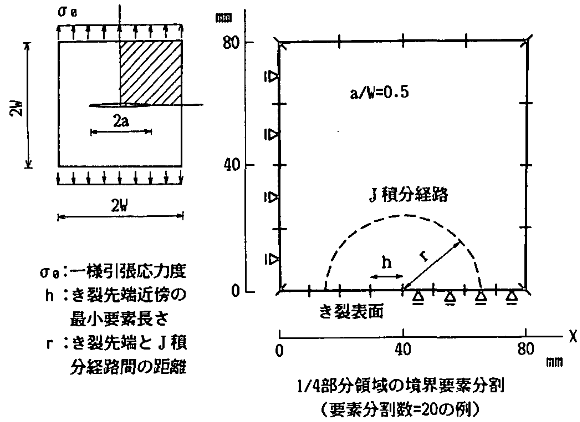
3. 解析例

以下に示す解析では，モード I（開口型）の応力拡大係数 K_I が平面応力状態で計算された。

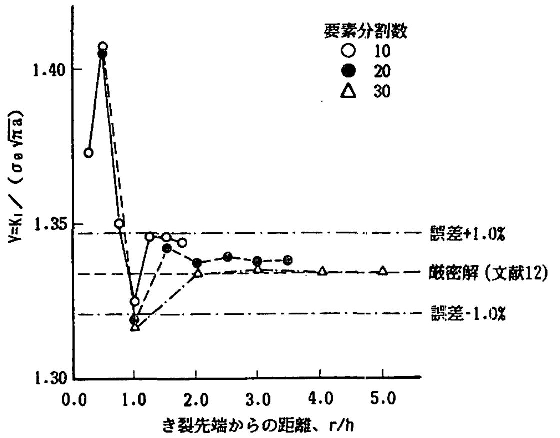
3.1 中央クラックをもつ帯板の一様引張り

図—4 に問題の幾何形状および問題の対称性から斜線で示す 1/4 部分領域の境界要素分割の一例を示す。この図に示すように，き裂線上の境界要素は，その他の境界要素の 1/2 の長さと細かくしている。また，各境界要素を 2 分割する方法で要素細分割を行っているので，要素分割数は倍々となっている。これに関しては，以下の解析例についても同様である。ところで，この種の問題は，解析精度を調べるためによく利用されているものである。図—5 は，J 積分法において積分経路位置が応力拡大係数の解析精度に及ぼす影響を示す。この図から，J 積分経路をき裂先端の最小要素長さ h 以上離れた位置にとれば，要素分割の精粗によらず精度の良い解が得られることがわかる。すなわち，J 積分法は，積分経路をき裂先端の影響をあまり受けない位置にとることによって，要素分割が比較的に粗い場合にも精度の良い解を与え，さらに全エネルギー法のようにき裂進展の操作を必要としないなどのすぐれた特長を有する。

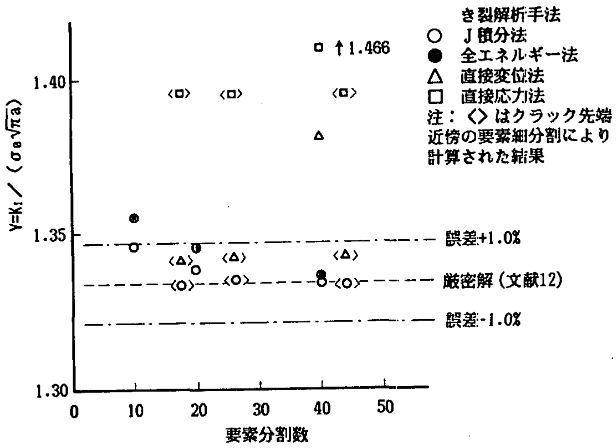
図—6 は，前述の各種き裂解析法による解析精度の比較を示す。この図から，J 積分法や全エネルギー法は，要素分割が粗い場合にも直接法に比べて非常に精度の良い解を与え，特にき裂先端近傍の要素を細分割することにより，全体の要素分割が粗くてもほぼ厳密解と一致する解が得られることがわかる。ただし，き裂先端近傍はき裂先端に接する両側の要素を 2 分割する操作を繰り返して要素を細分割した。これに関しては，以下の解析例についても同様である。ところで，直接法の場合も要素分割を細かくすれば解析精度は向上し，特にき裂先端近傍の要素細分割の効果は著しいが，直接応力法では精度の向上には限界があるように思われ，満足のゆく解析精度は得られなかった。一方，直接変位法は，エネルギー法では組み合わせモードに対してそれぞれのモードの応反拡大係数を分離して求められない場合に，有効な手法になるものと思われる。



図—4 中央クラックをもつ帯板の一様引張



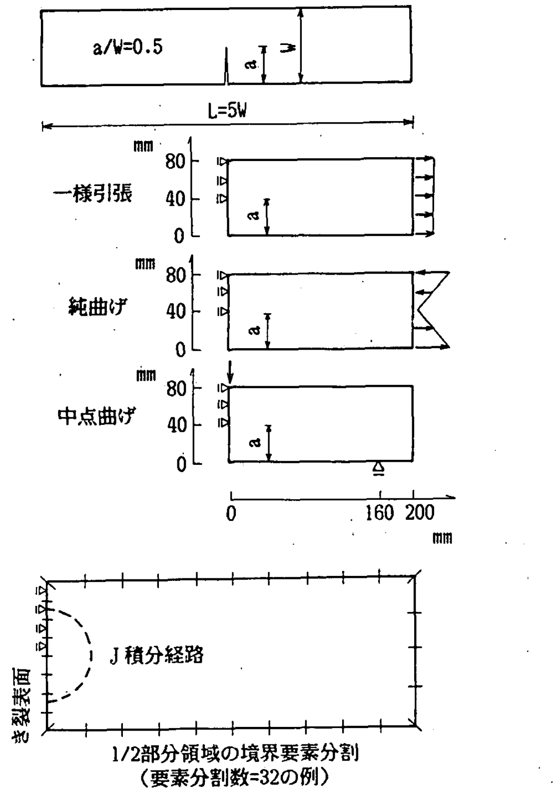
図—5 J 積分経路位置が解析精度に及ぼす影響



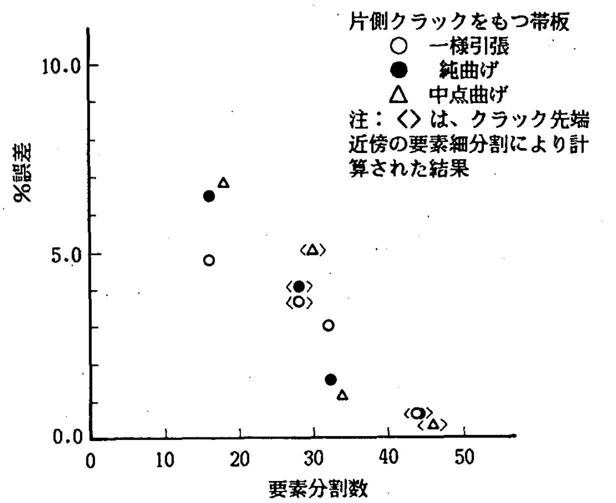
図—6 各種き裂解析手法の解析精度の比較

3.2 片側にクラックをもつ帯板の一様引張り，純曲げおよび中点曲げ

図—7 に問題の幾何形状および境界条件，ならびに問題の対称性により 1/2 部分領域の境界要素分割の一例を示す。この問題は先の問題と異なり，リガメント断面に曲げモーメントが作用している。図—8 は，各載荷形式に対して境界要素分割数が応力拡大係数の解析精度に及ぼす影響を示す。ただし，応力拡大係数の解析は J 積



図―7　片側クラックをもつ帯板の一様引張，純曲げおよび中点曲げ



図―8　載荷形式の違いが解析精度に及ぼす影響

分法による。この図から，各載荷形式について全体の要素分割を細かくするほど，またき裂先端近傍の要素細分割により解析精度は大きく向上していることがわかる。この種の問題のように，領域が細長く，かつ曲げモーメントをうける場合には領域全体の要素分割をある程度細かくするとともに，き裂先端近傍の要素を細分割することが，精度の良い解を得るために必要である。

表―1は，上記載荷形式についてき裂長さが応力拡大係数の解析精度に及ぼす影響を示す。同表には，板幅に対するき裂長さの比が0.1～0.5の5種類のき裂長さに関して計算された結果が示されているが，すべての解が

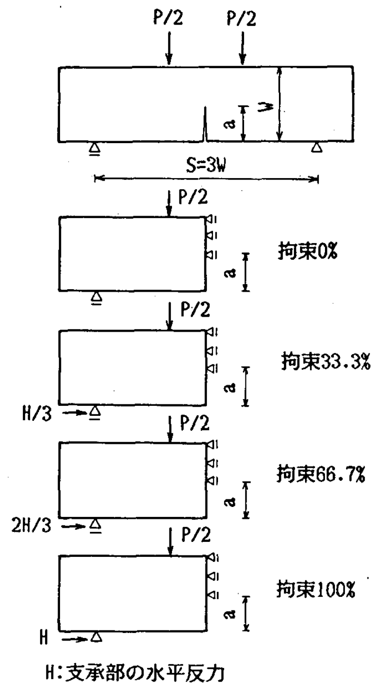
表―1　き裂長さが解析精度に及ぼす影響

片側クラックをもつ帯板：	a／W	厳密解(文献12)	本解析値	%誤差
一様引張	0.1	2.11	2.11	+0.0
$Y=K_I／\sigma_t\sqrt{a}$	0.2	2.43	2.43	+0.0
σ_t：引張応力	0.3	2.95	2.94	-0.2
	0.4	3.74	3.73	-0.2
	0.5	4.98	4.97	-0.2
純曲げ	0.1	1.852	1.843	-0.49
$Y=K_I／\sigma_b\sqrt{a}$	0.2	1.869	1.860	-0.48
σ_b：公称曲げ応力	0.3	1.992	1.977	-0.76
	0.4	2.229	2.209	-0.91
	0.5	2.651	2.610	-1.57
中点曲げ	0.1	1.746	1.738	-0.46
$Y=K_I／\sigma_b\sqrt{a}$	0.2	1.738	1.735	-0.17
σ_b：公称曲げ応力	0.3	1.848	1.840	-0.43
	0.4	2.080	2.064	-0.78
	0.5	2.501	2.471	-1.21

精度2％以内に納っている。ただし，き裂長さが増加するにつれて解析精度が次第に悪くなっているが，これは上述のようにき裂が深くなると，リガメント長さに対する領域長さの比が増し，リガメント部分での曲げ状態が数値的に十分に保証されなくなるためである。これを保証するためには，リガメント部分の要素分割をさらに細かくする必要がある。

3.3　支承部で拘束を受ける片側クラックをもつはり

図―9に問題の幾何形状および境界条件を示す。同図には，4種類の支承部の拘束条件が示されているが，拘束0％とは支承部がローラーで，支承部に水平反力を生じない場合，拘束100％とは支承部がピンで水平方

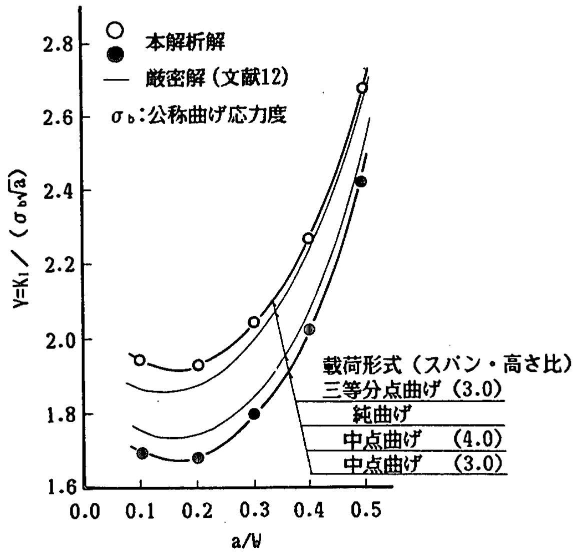


図―9　支承拘束を受ける片側クラックをもつはり

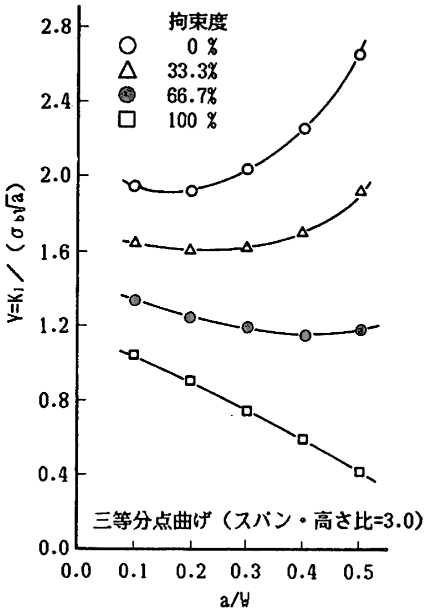
向変位が完全に拘束されている場合，拘束33.3および66.7％とは，拘束100％のときに支承部に生じる水平反力Hのそれぞれ1/3および2/3の反力が支承部に作用する場合を意味する。

図—10は，拘束0％における各種曲げ載荷形式に対して計算されたJ積分法による応力拡大係数の値を示す。同図には，純曲げおよび中点曲げ（スパン，高さ比＝4）に関する応力拡大係数の厳密解を併記している。従来，三等分点曲げ載荷に対して純曲げに関する応力拡大係数の解析式が利用される場合が多いが，この図からき裂長さの小さい範囲で両者に差を生じていることがわかる。

図—11は，上記の4種類の支承拘束をうける場合の，三等分点曲げ（スパン・高さ比＝3）に対するき裂長さによる応力拡大係数の変化を示す。拘束が大きくなるにつれて，同一荷重でき裂長さの増加に伴う応力拡大係数の増加率が低下し，拘束100％の場合には，はりせいに対するき裂長さの比が約0.2以上で応力拡大係数が減少する特異な現象を生じる。このことは，破壊靱性試験における曲げ支承部の拘束の影響の重要性を示している。



図—10 各種曲げ載荷形式に対する応力拡大係数



図—11 支承拘束が応力拡大係数に及ぼす影響

4. 結論

間接境界要素法の破壊力学問題への適用性について検討を行い，その結果からこの種の問題に関して境界要素法が有力な数値解析手段になることを明らかにした。特に，J積分の数値計算により応力拡大係数を求める手法（J積分法）は，応力拡大係数の解析における他の手法よりも一般に精度および経済性の点ですぐれており，間接境界要素法を用いた場合に任意境界条件について比較的に粗い要素分割に対しても十分に精度の良い解が得られることをいくつかの解析例を通して示した。

参考文献

1) 平居孝之：重ね合わせによる二次元弾性問題の解法に関する考察，日本建築学会論文報告集，第311号，pp.1-10，1982.1
2) 平居孝之：二次元弾性問題を対象とした境界要素法における間接法と直接法について，日本建築学会論文報告集，第320号，pp.45-55，1982.10
3) 岸谷孝一，平居孝之，村上　聖：二次元弾性境界要素法プログラム，日本建築学会論文報告集，第327号，pp.1-11，1983.5
4) 岸谷孝一，村上　聖，平居孝之：コンクリートの破壊力学に関する研究—その1，破壊過程域の損傷解析—，日本建築学会構造系論文報告集，第368号，pp.11-17，1986.10
5) 岸谷孝一，村上　聖，平山善吉，平居孝之：コンクリートの破壊力学に関する研究—その2，J積分評価における直接および間接的方法—，日本建築学会構造系論文報告集，第374号，pp.10-16，1987.4
6) 村上　聖，岸谷孝一，平居孝之：コンクリートの破壊力学に関する研究—その3，調合因子がひび割れ抵抗性に及ぼす影響—，日本建築学会構造系論文報告集，第386号，pp.1-6，1988.4
7) 西谷弘信：電子計算機による二次元応力問題の解法，日本機械学会誌，第580号，pp.627-635，1967.5
8) 西谷弘信，陳玳：体積力法，培風館，1987
9) 寺崎俊夫，瀬尾健二，平居孝之：残留応力の整理パラメータ—異種材料の界面接合部に生ずる残留応力について（第1報）—，溶接学会論文集，第5巻，第4号，pp.103-107，1987.11
10) 寺崎俊夫，平居孝之，瀬尾健二：残留応力に及ぼす材料定数試験片寸法の影響—異種材料の界面接合部に生ずる残留応力について（第2報）—，溶接学会論文集，第6巻，第2号，pp.88-92，1988.5
11) 白鳥正樹，三好俊郎，松下久雄：数値破壊力学，実教出版，1980
12) 石田　誠：き裂の弾性解析と応力拡大係数，培風館，1976

SYNOPSIS

UDC : 532. 526

APPLICATION OF BOUNDARY ELEMENT METHOD ON PROBLEM OF FRACTURE MECHANICS

—Analysis of stress intensity factor by J-integral method—

by Dr. **KIYOSHI MURAKAMI**, Lecturer of Kumamoto University, Dr. **KOICHI KISHITANI**, Professor of Nihon University, and Dr. **TAKAYUKI HIRAI**, Professor of Oita University, Members of A. I. J

Remarkable progress has recently been made regarding studies of the Boundary Element Method. It has been reported in many papers that BEM offers a powerful means of calculating numerical solutions of engineering problems. Elastic analysis of crack propagation is one of the problems, and in such case BEM is superior in accuracy and economy compared with domain type methods such as the Finite Element Method and the Finite Differential Method.

A crack analysis technique using BEM based on formulation of the indirect method is developed, and the effectiveness of the present method is shown for a number of examples of analyses concerning crack problems with arbitrary boundary conditions.