

る現象はこの領域における粒界弱化解消と直接対応するものと結論してよいであろう。Fig. 9 によれば再熱過程の 573 K 付近までは、P の粒界偏析におよぼす応力の影響は認められない。573 K をこえると応力の影響が現われ、その程度は温度の上昇とともに大きくなる。応力の影響は 823 K 付近で極大となり、さらに温度が上昇すると減少する。しかし 873 K 保持過程において P の粒界偏析量は減少するものの、応力の影響自体は持続している。すなわち応力が存在することによって昇温過程における P の粒界偏析が著しく助長され、保持過程における P の粒界偏析の解消が抑制される。このことが前述の予備応力の存在によって粒界破面率の減少がまたげられる現象 (Fig. 5) の原因と結論してよいであろう。

## 7. 結 言

インプラント方式の再熱割れ試験法 (定荷重型) によって 3 種の耐熱鋼の割れ試験を行い、破断面に観察される粒界破面の割合を基にして粒界の弱化現象を検討した。さらに粒界破壊現象と P の粒界偏析および HAZ の軟化の関連を考察し、以下の結論を得た。

(1) 再熱割れは粒界破面を呈する場合が多いのであるが、粒界破面でない場合もありうる。すなわち、定荷重

型割れ試験における限界応力  $\sigma_{CL-crit}$  付近の低い応力において粒内割れが生じ、粒界割れは認められない。このような割れは 873 K に長時間保持された後に発生する。応力が増加すると粒界割れが発生するようになり、割れ発生時期は著しく早くなり、873 K 到達時付近となる。

(2) 昇温過程において旧オーステナイト粒界へ偏析した P は、873 K 保持過程において再び粒内へ拡散する。このために 873 K 保持の時間経過に伴って粒界破面率が減少するものと考えられる。

(3) 昇温過程における P の粒界偏析は応力によって助長される。さらに恒温保持過程における P の偏析の解消は応力によって遅滞する。

## 参 考 文 献

- 1) 内木, 山崎, 岡林: 応力除去焼鈍割れに関する研究 (1 報), 溶接学会誌, 33-9 (1964), 710
- 2) 鈴木, 玉置ら: Cr-Mo 鋼の再熱割れに関する研究 (第 5 報), 溶接学会論文集, 2-1 (1984), 47-54
- 3) 小倉, 牧野ら: リンの粒界偏析量分析法としての粒界腐食法の検討, 金属学会誌, 45-10 (1981), 1093-1101
- 4) J. Suzuki, K. Tamaki et al.: Effect of Restraint Stress on Crack-initiating Temperature of Reheat cracking of Cr-Mo Steels, Trans. JWS., 17-2 (1986) 164-170

## 残留応力の整理パラメータ\*

異種材料の界面接合部に生ずる残留応力について (第 1 報)

寺崎 俊夫\*\*, 瀬尾 健二\*\*\*, 平居 孝之\*\*\*\*

### Dominating Parameters of Residual Stress Distribution,

--Residual Stress in Bonded Dissimilar Materials, Part 1--

by Toshio Terasaki\*\*, Kenji Seo\*\*\*, and Takayuki Hirai\*\*\*\*

This paper deals with parameters which dominate residual stress produced by bonded two dissimilar materials. Parameters were derived from theories of elasticity and heat conduction. The validity of parameters was proved by using Boundary Element Method (BEM). The residual stress at the neighbourhood of bond line in similar body is the same value at a point of similarity. This conclusion is important for making clear the effect of a specimen size on a material strength.

**Key Words:** Dissimilar materials, Residual stress, Material strength, BEM, Parameter, Elasticity

## 1. 緒 言

異種材料を接合した界面には接合母材の物理的性質・機械的性質の相違により残留応力が発生する。界面に生ずる残留応力を数値解析により熱弾塑性解析することは実用上において重要である。しかし、材料定数や継手寸法が残留応力にいかん影響を与えるかを検討する場合に

は熱弾塑性数値解析よりも弾性理論に基づく数値解析の方が優れている。例えば、残留応力を整理するパラメータを明らかにする場合には弾性理論は工学上において有意義であると思われる。Bogy の研究によると、異種材料に外荷重が作用したときの応力は次に示す Dunder's Composite Parameter である  $\beta$ ,  $\delta$  により整理される<sup>1-4)</sup>。

$$\delta = \frac{\Gamma(\kappa^A + 1) - (\kappa^B + 1)}{\{\Gamma(\kappa^A + 1) + (\kappa^B + 1)\}}$$

$$\beta = \frac{\Gamma(\kappa^A - 1) - (\kappa^B - 1)}{\{\Gamma(\kappa^A + 1) + (\kappa^B + 1)\}}$$

$$\dots\dots (1)$$

ただし、 $\Gamma = G^B/G^A$ ,  $G = E/\{2(1+\nu)\}$   $\kappa = (3-\nu)/(1+\nu)$   
: plane stress,  $\kappa = 3-4\nu$ : plane strain  $\nu$ : ポアソン比  
E: ヤング率 添え字 A, B は材料 A, B を意味する。  
本研究では最初に、異種材料の接合時に生ずる残留応

\*原稿受付 昭和62年3月23日 昭和62年2月第7回界面接合研究委員会にて発表

\*\*正 員 九州工業大学 Member, Kyushu Institute of Technology

\*\*\*正 員 姫路工業大学 Member, Himeji Institute of Technology

\*\*\*\*非 会 員 大分大学 Ohita University

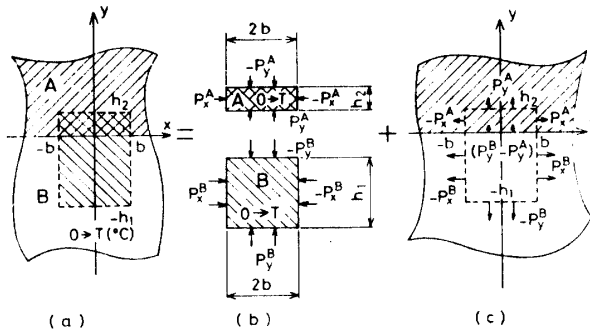


Fig. 1 Method of calculating residual stress

力を整理するパラメータを弾性理論に基づいて明らかにしている。次に、有限板の異種材料の接合時に生ずる残留応力を境界要素法を用いて数値解析し、整理パラメータの有効性を示した。

2. 残留応力の整理パラメータ

Fig. 1 に示すように材料 A の半無限板と材料 B の半無限板を x 軸で接合させた場合を考える。無限板の温度を零度とし、Fig. 1(a) に示す様に無限板中の領域  $x = -b \sim b, y = -h_1 \sim h_2$  のみを温度  $T$  (°C) に上昇させる。このときに生ずる熱応力 (温度  $T$  を  $-T$  とすると熱応力は残留応力と等価となるため、以後は熱応力を残留応力と呼ぶ。) は図(b) に示すように温度上昇領域の変位を完全に拘束するのに必要な力  $P_x^A, P_y^A, P_x^B, P_y^B$  を求め、図(c) に示すように図(b)の力と逆向きの力を無限板に作用させることにより生ずる応力と図(b)の応力を加算することより求められる。

図(b)の完全拘束により生じる応力は A 材では  
 $\epsilon_x^A = \epsilon_{xx}^A + \alpha^A T = \{\sigma_x^A - \nu^A (\sigma_y^A + \sigma_z^A)\} / E^A + \alpha^A T = 0$   
 $\epsilon_y^A = \epsilon_{yy}^A + \alpha^A T = \{\sigma_y^A - \nu^A (\sigma_x^A + \sigma_z^A)\} / E^A + \alpha^A T = 0$   
 より、

平面応力のときは  $\sigma_z^A = 0$  の条件より  
 $\sigma_x^A = \sigma_y^A = -E^A \alpha^A T / (1 - \nu^A) = -P^A. \dots (2-1)$

平面ひずみのときは  $\epsilon_z^A = 0$  の条件より  
 $\sigma_x^A = \sigma_y^A = \sigma_z^A = -E^A \alpha^A T / (1 - 2\nu^A) = -P^A. \dots (2-2)$

同様にして、B 材では  
 平面応力のときは  
 $\sigma_x^B = \sigma_y^B = -E^B \alpha^B T / (1 - \nu^B) = -P^B. \dots (2-3)$

平面ひずみのときは  
 $\sigma_x^B = \sigma_y^B = \sigma_z^B = -E^B \alpha^B T / (1 - 2\nu^B) = -P^B. \dots (2-4)$

図(c)の応力は Fig. 2 に示すように無限板中の任意点  $(\xi, \eta)$  に作用している集中荷重  $W_x, W_y$  による応力の解<sup>5-8)</sup> を積分することにより求められる。

集中荷重  $W_y$  による解は次式となる。  
 A 材中の応力  
 $\sigma_y^A W_y / W_y = 1 / \{2\pi(\kappa^A + 1)\} \cdot [-(\kappa^A - 1)(y - \eta) / r_1^2 - 4(y - \eta)^3 / r_1^4 + \{-2m^A(\kappa^A - 1)\eta + (m^A \kappa^A - n^A)(y + \eta)\} / r_2^2 + 4m^A(y + \eta)\{-6\eta^2 + (\kappa^A + 5)(y + \eta)\eta - \kappa^A(y + \eta)^2\} / r_2^2 - 32m^A(y + \eta)^3 y \eta / r_2^6]$   
 $= f_y^A(\xi, \eta, \nu^A, \nu^B, m^A, n^A, x, y) \dots (3-1)$   
 $\sigma_x^A W_y / W_y = 1 / \{2\pi(\kappa^A + 1)\} \cdot [(\kappa^A - 1)(y - \eta) / r_1^2 - 4(y - \eta)(x - \xi)^2 / r_1^4 - \{2m^A(\kappa^A - 1)\eta + (m^A \kappa^A - n^A)(y + \eta)\} / r_2^2 - 4m^A\{2(y + \eta)\eta^2 - (\kappa^A - 7)(x - \xi)^2 \eta + \kappa^A(y + \eta)(x - \xi)^2\} / r_2^2 + 32m^A(x - \xi)^2 \eta\{(y + \eta)\eta + (x - \xi)^2\} / r_2^6]$

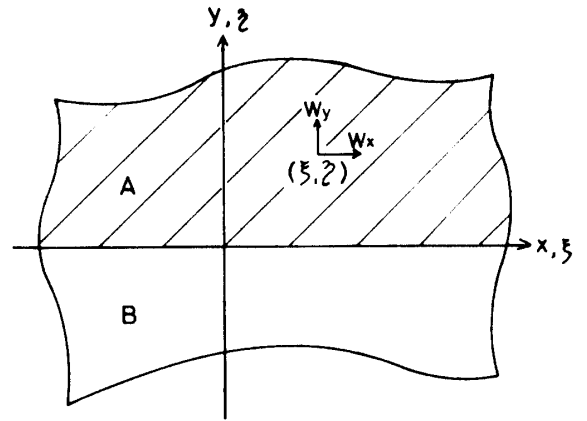


Fig. 2 Concentration force

$= f_x^A(\xi, \eta, \nu^A, \nu^B, m^A, n^A, x, y) \dots (3-2)$   
 $\tau_{xy}^A W_y / W_y = (-x + \xi) / \{2\pi(\kappa^A + 1)\} \cdot [(\kappa^A + 3) / r_1^2 + 4(x - \xi)^2 / r_1^4 - (3m^A \kappa^A + n^A) / r_2^2 + 4m^A\{6\eta^2 + (\kappa^A - 5)(y + \eta)\eta + \kappa^A(x - \xi)^2\} / r_2^2 + 32m^A(x - \xi)^2 \eta y / r_2^6]$

$= f_{xy}^A(\xi, \eta, \nu^A, \nu^B, m^A, n^A, x, y) \dots (3-3)$

B 材中の応力

$\sigma_x^B W_y / W_y = 1 / \{2\pi(\kappa^A + 1)\} \cdot \{ -2(n^A - m^A)\eta - [(1 - m^A)\kappa^A - (1 - n^A)](y - \eta) \} / r_1^2 + 4\{(n^A - m^A)\eta - (1 - n^A)(y - \eta)\} (y - \eta)^2 / r_1^4$   
 $= g_x^A(\xi, \eta, \nu^A, \nu^B, m^A, n^A, x, y) \dots (3-4)$   
 $\sigma_y^B W_y / W_y = 1 / 2\pi(\kappa^A + 1) \cdot \{ -2(n^A - m^A)\eta + [(1 - m^A)\kappa^A - (1 - n^A)](y - \eta) \} / r_1^2 + 4\{(n^A - m^A)\eta - (1 - n^A)(y - \eta)\} (x - \xi)^2 / r_1^4$

$= g_y^A(\xi, \eta, \nu^A, \nu^B, m^A, n^A, x, y) \dots (3-5)$   
 $\tau_{xy}^B W_y / W_y = (-x + \xi) / \{2\pi(\kappa^A + 1)\} \cdot \{ -(1 - m^A)\kappa^A - 3(1 - n^A) \} / r_1^2 + 4\{(n^A - m^A)(y - \eta)\eta + (1 - n^A)(x - \xi)^2\} / r_1^4$

$= g_{xy}^A(\xi, \eta, \nu^A, \nu^B, m^A, n^A, x, y) \dots (3-6)$

集中荷重  $W_x$  による解は次式となる。  
 A 材中の応力

$\sigma_y^A W_x / W_x = (x - \xi) / \{2\pi(\kappa^A + 1)\} \cdot [(\kappa^A - 1) / r_1^2 - 4(y - \eta)^2 / r_1^4 - (m^A \kappa^A - n^A) / r_2^2 + 4m^A\{2\eta^2 + (\kappa^A - 1)(y + \eta)\eta - \kappa^A(y + \eta)^2\} / r_2^2 + 32m^A(y + \eta)^2 y \eta / r_2^6]$   
 $= c_y^A(\xi, \eta, \nu^A, \nu^B, m^A, n^A, x, y) \dots (4-1)$   
 $\sigma_x^A W_x / W_x = (x - \xi) / \{2\pi(\kappa^A + 1)\} \cdot [-(\kappa^A + 3) / r_1^2 + 4(y - \eta)^2 / r_1^4 - (3m^A \kappa^A + n^A) / r_2^2 - 4m^A\{2\eta^2 - (5 - \kappa^A)(y + \eta)\eta - \kappa^A(y + \eta)^2\} / r_2^2 - 32m^A(y + \eta)^2 y \eta / r_2^6]$

$= c_x^A(\xi, \eta, \nu^A, \nu^B, m^A, n^A, x, y) \dots (4-2)$   
 $\tau_{xy}^A W_x / W_x = 1 / \{2\pi(\kappa^A + 1)\} \cdot [(\kappa^A + 3)(y - \eta) / r_1^2 - 4(y - \eta)^3 / r_1^4 - \{2m^A(\kappa^A - 1)\eta - (3m^A \kappa^A + n^A)(y + \eta)\} / r_2^2 - 4m^A(y + \eta)\{-6\eta^2 + (7 - \kappa^A)(y + \eta)\eta + \kappa^A(y + \eta)^2\} / r_2^2 + 32m^A(y + \eta)^3 y \eta / r_2^6]$

$= c_{xy}^A(\xi, \eta, \nu^A, \nu^B, m^A, n^A, x, y) \dots (4-3)$

B 材中の応力

$\sigma_y^B W_x / W_x = (x - \xi) / \{2\pi(\kappa^A + 1)\} \cdot \{ (1 - m^A)\kappa^A - (1 - n^A) \} / r_1^2 + 4(y - \eta)\{(n^A - m^A)\eta - (1 - n^A)(y - \eta)\} / r_1^4$   
 $= d_y^A(\xi, \eta, \nu^A, \nu^B, m^A, n^A, x, y) \dots (4-4)$   
 $\sigma_x^B W_x / W_x = (x - \xi) / \{2\pi(\kappa^A + 1)\} \cdot \{ -(1 - m^A)\kappa^A - 3(1 - n^A) \} / r_1^2 - 4(y - \eta)\{(n^A - m^A)\eta - (1 - n^A)(y - \eta)\} / r_1^4$

$= d_x^A(\xi, \eta, \nu^A, \nu^B, m^A, n^A, x, y) \dots (4-5)$

$$\tau_{xy}^{B^*} W^x / Wx = 1 / \{2\pi(\kappa^A + 1)\} \cdot [-\{2(n^A - m^A)\eta - (\kappa^A - m^A \kappa^A + 3 - 3n^A)(y - \eta)\} / r_1^2 + 4(y - \eta)^2 \{ (n^A - m^A) \cdot \eta - (1 - n^A)(y - \eta) \} / r_1^4]$$

$$= d_{xy}(\xi, \eta, \nu^A, \nu^B, m^A, n^A, x, y) \dots (4-6)$$

ただし、 $r_1^2 = (x - \xi)^2 + (y - \eta)^2$ ,  $r_2^2 = (x + \xi)^2 + (y - \eta)^2$

$$m^A = (1 - \Gamma) / (\Gamma \kappa^A + 1) = m^A(\nu^A, \nu^B, E^A, E^B)$$

$$n^A = (\kappa^B - \kappa^A \Gamma) / (\Gamma + \kappa^B) = n^A(\nu^A, \nu^B, E^A, E^B) \dots (5)$$

集中力が材料 B の中にあるときは式(3), (4), (5)の添え字 A, と B を入れ換えればよい。

Fig. 1(c)の分布荷重  $P_y^A$  による応力は式(3)において  $W_y$  を式(2)の  $P^A d\xi$  と置き換えて、 $\eta = h_2$  と置き、 $\xi$  を  $-b$  から  $b$  まで積分すれば求められる。例えば、A 材の  $x$  軸方向の垂直応力  $\sigma_x(P_y^A)$  は式(3-2)より、

$$\sigma_x(P_y^A) = P^A \cdot \int_{-b}^b f_x^A(\xi, h_2, \nu^A, \nu^B, m^A, n^A, x, y) d\xi$$

$$= P^A \cdot \int_{-1}^1 f_x^A(\xi/b, h_2/b, \nu^A, \nu^B, E^B/E^A, x/b, y/b) d(\xi/b)$$

$$= P^A \cdot F_x^A(h_2/b, \nu^A, \nu^B, E^B/E^A, x/b, y/b) \dots (6-1)$$

同様に、 $-P_y^A, P_x^A, -P_x^A, P_y^B, -P_y^B, P_x^B, -P_x^B$  による A 材の  $x$  軸方向の垂直応力  $\sigma_x(-P_y^A), \sigma_x(P_x^A), \sigma_x(-P_x^A), \sigma_x(P_y^B), \sigma_x(-P_y^B), \sigma_x(P_x^B), \sigma_x(-P_x^B)$  は式(3-2), (4-2), (4-2), (3-5), (3-5), (4-5), (4-5)より次式の関数形となる。

$$\sigma_x(-P_y^A) = -P^A \cdot F_x^A(0, \nu^A, \nu^B, E^B/E^A, x/b, y/b) \dots (6-2)$$

$$\sigma_x(P_x^A) = P^A \int_0^{h_2/b} c_x^A(\eta/b, \nu^A, \nu^B, E^B/E^A, x/b, y/b) d(\eta/b) = P^A \cdot C_x^A(h_2/b, \nu^A, \nu^B, E^B/E^A, x/b, y/b) \dots (6-3)$$

$$\sigma_x(-P_x^A) = -P^A \cdot C_x^A(h_2/b, \nu^A, \nu^B, E^B/E^A, x/b, y/b) \dots (6-4)$$

$$\sigma_x(P_y^B) = P_B \int_{-1}^1 g_x^B(\xi/b, \nu^A, \nu^B, E^B/E^A, x/b, y/b) d(\xi/b) = P_B \cdot G_x^B(0, \nu^A, \nu^B, E^B/E^A, x/b, y/b) \dots (6-5)$$

$$\sigma_x(-P_y^B) = -P_B \cdot G_x^B(h_1/b, \nu^A, \nu^B, E^B/E^A, x/b, y/b) \dots (6-6)$$

$$\sigma_x(P_x^B) = P_B \int_{-h_1/b}^0 d_x^B(\eta/b, \nu^A, \nu^B, E^B/E^A, x/b, y/b) = P_B \cdot D_x^B(h_1/b, \nu^A, \nu^B, E^B/E^A, x/b, y/b) \dots (6-7)$$

$$\sigma_x(-P_x^B) = -P_B \cdot D_x^B(h_1/b, \nu^A, \nu^B, E^B/E^A, x/b, y/b) \dots (6-8)$$

式(2), (6)より、Fig. 1(a) で生ずる領域 A 材の応力  $\sigma_x$  は次式の関数形となる。

$$\sigma_x/P^A = F(h_2/b, h_1/b, \nu^A, \nu^B, E^B/E^A, x/b, y/b, P^B/P^A) = G(h_2/b, h_1/b, \nu^A, \nu^B, E^B/E^A, x/b, y/b, \alpha^B/\alpha^A) \dots (7)$$

以上の方法を他の応力の計算にも適用すると結論として応力は式(7)の関数で与えられることが証明できる。

従って、残留応力  $\sigma/P^A$  ( $P^A$  の大きさは平面応力では  $E^A \alpha^A T / (1 - \nu^A)$ , 平面ひずみでは  $E^A \alpha^A T / (1 - 2\nu^A)$ ) は材料定数の影響をポアソン比  $\nu^A, \nu^B$ , ヤング率の比  $E^B/E^A$ , 線膨張係数の比  $\alpha^B/\alpha^A$  の関数形で受ける。また、残留応力は  $h_2/b, h_1/b, x/b, y/b$  より相似形では相似点で同じとなる。

### 3. パラメータの有効性

#### 3.1 相似則

二節で明らかになったパラメータから導かれる最も重要な結論は相似則である。相似体において相似点での残留応力が等しければ、等しい外応力により生じる応力も

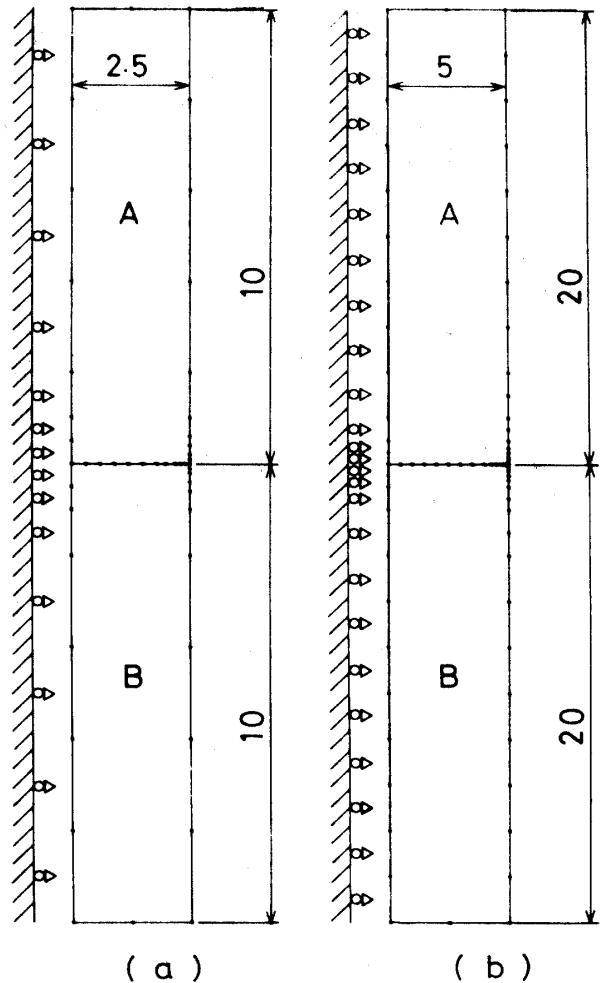


Fig. 3 Mesh division  
 (a) Materials A and B are 5mm width and 10mm height, respectively.  
 (b) Materials A and B are 10mm width and 20mm height, respectively.

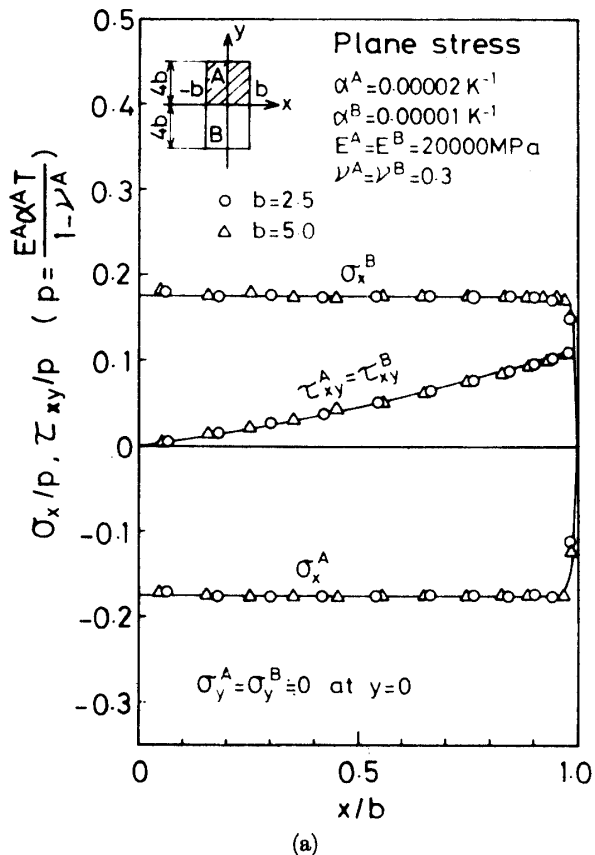
相似点で等しいため (付録参照), 加算則により相似点に発生する応力は等しくなる。このため、相似形の界面接合継手の強度を考える場合は、強度が応力で決定される時には寸法効果の影響を受けないことになる。

強度が応力拡大係数のような破壊力学のパラメータやエネルギー密度で決まる時には寸法効果が現れる。

有限板においても相似則が成立することを証明する。平居が作成した境界要素法のプログラムを用いて、二枚の異種材料の有限板を拡散接合したときの残留応力を数値解析する<sup>9)</sup> (平居のプログラムで精度良く解析できる事を付録に示している)。Fig. 3(a), (b) は数値解析に用いた相似体の要素分割図である。幅 5 mm, 高さ 10 mm の板 A, B 材を接合した場合 (図(a)) と幅 10 mm, 高さ 20 mm の板 A, B を接合した場合 (図(b)) を平面応力状態で解析した。A, B 材の線膨張係数, ヤング率, ポアソン比はそれぞれ  $2 \times 10^{-5} K^{-1}, 1 \times 10^{-5} K^{-1}; 20000 \text{ MPa}, 20000 \text{ MPa}; 0.3, 0.3$  である。Fig. 4(a) は接合界面 ( $y=0$ ) に生じる残留応力  $\sigma_x, \tau_{xy}$  を示している。A, B 材の残留応力  $\tau_{xy}, \sigma_y$  は界面で等しく、境界条件を満足している。Fig. 4(b) に  $x=b$  断面での残留応力  $\sigma_y^A$  を示す。Fig. 4 より残留応力は相似点で等しいこ

とが分かる。また、界面上 ( $y=0$ ) では界面に垂直な残留応力  $\sigma_y$  は零であり、せん断応力  $\tau_{xy}$  は界面の端部近

傍で大きな値になる。  $x=b$  の断面上において残留応力  $\sigma_y$  は界面 ( $y=0$ ) の近傍で大きな値を取ることが分かる。



3.2線膨張係数の比、ヤング率の比およびポアソン比  
 二節より残留応力  $\sigma/P^A$  [ $P^A$  の大きさは平面応力では  $E^A\alpha^A T/(1-\nu^A)$ , 平面ひずみでは  $E^A\alpha^A T/(1-2\nu^A)$ ] は線膨張係数の比  $\alpha^B/\alpha^A$ , ヤング率の比  $E^B/E^A$ , ポアソン比  $\nu^A, \nu^B$  で整理できる。Table 1 は残留応力  $\sigma/P^A$  が因子  $\alpha^B/\alpha^A, E^B/E^A, \nu^A, \nu^B$  で整理できることを境界要素法で確認した計算結果である。計算は Table 1 の

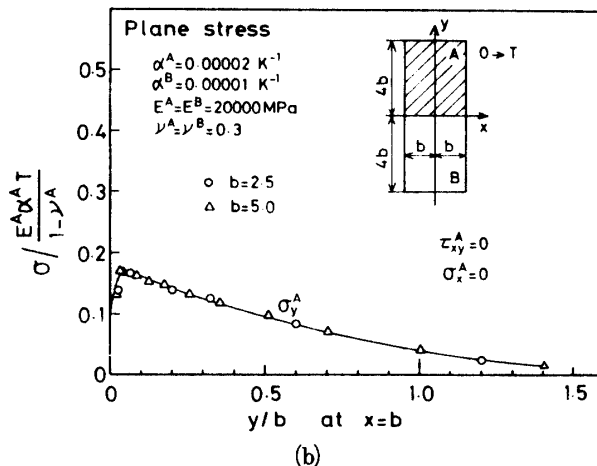


Fig. 4 Distributions of residual stress  
 (a) Bond line  
 (b) Edge line of material A

Table 1 Calculation results obtained by Boundary Element Method (BEM)

x/b	$\sigma_x^A / [E^A \alpha^A T / (1 - \nu^A)]$				
	①	②	③	④	⑤
	$\alpha^A=0.00002K^{-1}$ $\alpha^B=0.00001K^{-1}$ $E^A=20000 \text{ MPa}$ $E^B=20000 \text{ MPa}$ $\nu^A=0.3$ $\nu^B=0.3$	$\alpha^A=0.002K^{-1}$ $\alpha^B=0.001K^{-1}$ $E^A=20000 \text{ MPa}$ $E^B=20000 \text{ MPa}$ $\nu^A=0.3$ $\nu^B=0.3$	$\alpha^A=0.00002K^{-1}$ $\alpha^B=0.00001K^{-1}$ $E^A=20000 \text{ MPa}$ $E^B=20000 \text{ MPa}$ $\nu^A=0.3$ $\nu^B=0.5$	$\alpha^A=0.00002K^{-1}$ $\alpha^B=0.00001K^{-1}$ $E^A=20000 \text{ MPa}$ $E^B=100000 \text{ MPa}$ $\nu^A=0.3$ $\nu^B=0.3$	$\alpha^A=0.00002K^{-1}$ $\alpha^B=0.00001K^{-1}$ $E^A=200 \text{ MPa}$ $E^B=1000 \text{ MPa}$ $\nu^A=0.3$ $\nu^B=0.3$
0.98	-0.1131	-0.1129	-0.0775	-0.2379	-0.2375
0.94	-0.1779	-0.1779	-0.1808	-0.2767	-0.2766
0.90	-0.1752	-0.1747	-0.1738	-0.2634	-0.2634
0.84	-0.1750	-0.1751	-0.1740	-0.2608	-0.2608
0.76	-0.1750	-0.1750	-0.1734	-0.2598	-0.2598
0.66	-0.1750	-0.1749	-0.1731	-0.2603	-0.2604
0.54	-0.1750	-0.1750	-0.1730	-0.2614	-0.2614
0.42	-0.1750	-0.1750	-0.1727	-0.2625	-0.2624
0.30	-0.1751	-0.1751	-0.1727	-0.2631	-0.2632
0.18	-0.1749	-0.1749	-0.1727	-0.2638	-0.2638
0.06	-0.1704	-0.1704	-0.1646	-0.2609	-0.2610

$\alpha$ : Coefficient of linear expansion    E: Young's modulus     $\nu$ : Poisson's ratio

上欄に示した材料定数を用いて、Fig. 3. (a) の要素分割で平面応力解析を行った。列①, ②では線膨張係数の比  $\alpha^B/\alpha^A$  を 0.5 として、線膨張係数の絶対値を二桁変化させたときの結果を示している。場所  $x/b$  が同じ点での残留応力  $\sigma/P^A$  はほとんど一致しており、因子  $\alpha^B/\alpha^A$  が有効であることが分かる。列④, ⑤ではヤング率の比  $E^B/E^A$  を 5 として、ヤング率の絶対値を二桁変化させたときの数値解析結果を示している。数値がほぼ一致しており因子  $E^B/E^A$  は有効である。列③は列①に対してポアソン比  $\nu^B$  を 0.3 から 0.5 に変化させた時の計算結果である。ポアソン比  $\nu^B$  により残留応力が変化している。

以上より残留応力  $\sigma/P^A$  は線膨張係数の比  $\alpha^B/\alpha^A$ 、ヤング率の比  $E^B/E^A$ 、ポアソン比  $\nu^A$ 、 $\nu^B$  で整理できることが証明された。

#### 4. 結 論

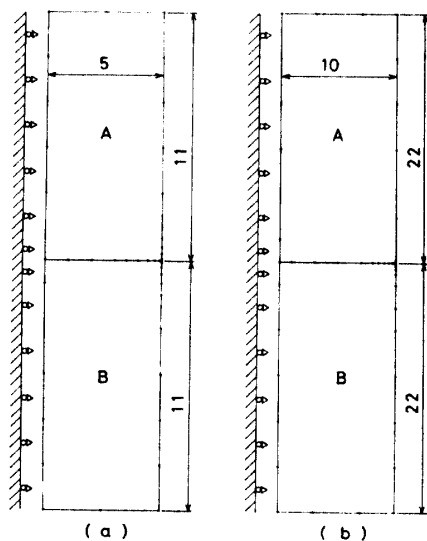
本論文で得られた結論を要約する。

(1) 残留応力  $\sigma/P^A$  [ $P^A$  の大きさは平面応力では  $E^A\alpha^A T/(1-\nu^A)$ 、平面ひずみでは  $E^A\alpha^A T/(1-2\nu^A)$ ] は材料定数の影響をポアソン比  $\nu^A$ 、 $\nu^B$ 、ヤング率の比  $E^B/E^A$ 、線膨張係数の比  $\alpha^B/\alpha^A$  の関数形で受ける (式 (7), Table 1 参照)。

(2) 残留応力は相似形では相似点で同じとなる (Fig. 4 参照)。このため、相似形の界面接合継手の強度を考える場合は、強度が応力で決定される場合には寸法効果の影響を受けないこと、強度が応力拡大係数のような破壊力学のパラメータやエネルギー密度で決まる場合には寸法効果が表れることが予想される。

#### 付録 境界要素法プログラムの精度について

異種材料の界面に生ずる応力は材料定数の相違により応力の特異性を示す。このため接合界面の応力を精度良く解析するためには有限要素法よりも境界要素法 (BEM と呼ぶ) の方が優れている。用いた BEM プログラムの精度を検討するために Bogy の理論解と数値解を比



**Fig. A** Mesh division  
(a) Small size specimen for verifying similar law  
(b) Large size specimen for verifying similar law

(3) 拡散接合において生ずる残留応力は界面上 ( $y=0$ ) では界面に垂直な残留応力  $\sigma_y$  は零であり、せん断応力  $\tau_{xy}$  は界面の端部近傍で大きな値になる。界面の端部  $x=b$  の断面上において残留応力  $\sigma_y$  は界面 ( $y=0$ ) の近傍で大きな値を取ることが分かる (Fig. 4 参照)。

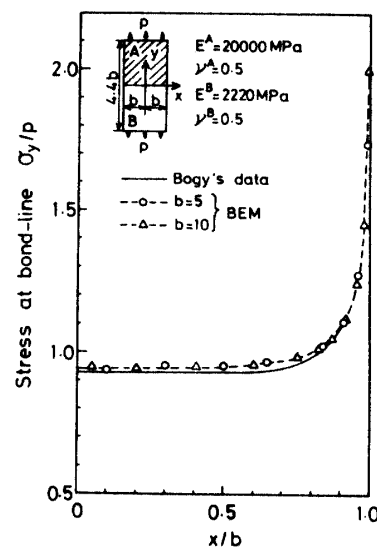
謝辞 本研究は中村治方主査の IJ 委員会で討論していただいた。本研究の一部は実吉奨学金で成された。記して謝意を表す。

#### 参 考 文 献

- 1) D. B. Bogy, Edge-Bonded Dissimilar Orthogonal Elastic Wedges Under Normal and Shear Loading, J. Appl. Mech. Vol. 35, 460 (1968).
- 2) J. Dundurs, Discussion, J. Appl. Mech., Vol. 36, 650 (1969).
- 3) D. B. Bogy, The Plane Solution for Joined Dissimilar Elastic Semistrips Under Tension, J. Appl. Mech. Vol. 42, 93 (1975).
- 4) 須賀唯知, 応力集中と界面破壊, 日本金属学会会報, 第25巻, 419 (1986).
- 5) J. T. Frasier and L. Rongved, Force in the Plane of Two Joined Semi-Infinite Plates, J. Appl. Mech., Vol. 24, 582 (1957).
- 6) J. Dundurs and M. Hetenyi, The Elastic Plane With a Circular Insert, Loaded by a Radial Force, J. Appl. Mech., Vol. 28, 103 (1961).
- 7) M. Hetenyi and J. Dundurs, The Elastic Plane With a Circular Insert, Loaded by a Tangentially Directed Force, J. Appl. Mech., Vol. 29, 362 (1962).
- 8) 北川英夫, 結城良治, 神原静夫, 異材境界を横切る有限板中のき裂の応力拡大係数, 日本機械学会論文集 (A 編), 45巻, 1024 (1979).
- 9) 平居孝之, 弾性解析プログラムとその使い方, 理工図書, 1984

較した<sup>3)</sup>。Fig. A(a), (b) に相似体の要素分割図を示す。

Fig. B に記号  $\circ$ ,  $\triangle$  と破線で示す数値解析結果および実線の Bogy の理論解を示す。Bogy の理論解は幅  $2z$ 、高さ半無限板の二枚の板を接合して無限遠に外応力  $p$  を作用させたときの解である。理論解と数値解析結果はほぼ一致していることおよび相似則が成立していることが分かり、本論文で用いたプログラムの精度は良いと思われる。



**Fig. B** Comparison between Bogy's data and numerical results by BEM