

骨材との付着を考慮したコンクリート円柱
供試体の三次元弾性解析(その1 計算方法)

正会員 岸谷孝一^{*1} 同 平居孝之^{*2} 同 村上 聖^{*3}

1 はじめに

三次元問題の経済的な解法として境界要素法が注目されている。高次の要素を少数設定したモデルを用いた直接法で計算した事例はあるが、種々の境界条件に対応できるように汎用性を重視する場合は、多数の要素を設定して計算することが有効である。そこで要素数の多い場合に適する間接法で三次元線形弾性問題を計算する方法について考察する。

2 計算法と計算式

三次元の無限領域の1点に集中荷重が作用したときの基本解を用い、境界を分割した四辺形要素の重心において境界条件を再現する方法を採用する。この場合の必要な計算式のうち、基本解の荷重の作用点以外の応力度と変位は与えられている¹⁾。荷重の作用点ではこれらの値が発散するので、次の計算式のように、合計と作用方向の等しい等分布荷重が四辺形要素に作用したときの、要素の重心の応力度と変位を用いる。

図1のように、四辺形要素の重心が共通の頂点Oである4つの三角形に分ける。各々の三角形で、その面内に頂点Oを原点とする二次元座標を考え、頂点Oの対辺に平行な方向を基準にして角度を測り、 θ 、 θ_1 、 θ_2 とする。 θ は元の四辺形の面内に設定した基準座標のx軸の方向である。荷重はx方向、y方向および紙面のこちら向きのz方向の3種類である。hは頂点Oから対辺までの距離である。次の η_1 η_2 η_3 の値を4つの三角形の各々で計算しその合計を $\Sigma \eta_1$ $\Sigma \eta_2$ $\Sigma \eta_3$ で

要素数 194, E = 100, $\nu = 0.25$

CPU 87.2 s (FACOM-M200)

境界条件; $-8 \leq Z \leq 8$ の側面で

要素に垂直な方向の表面力 10,

その他はすべて表面力 0

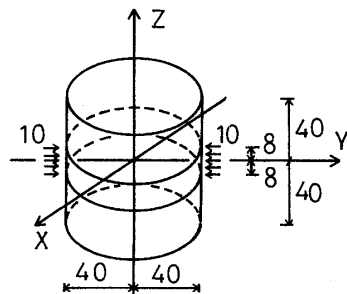


図2 例題 1

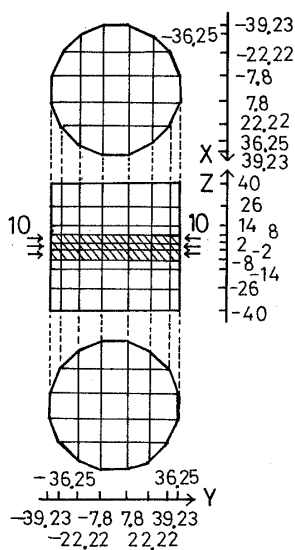


図3 例題 1 のモデル

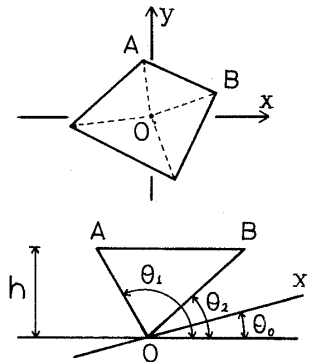


図 1

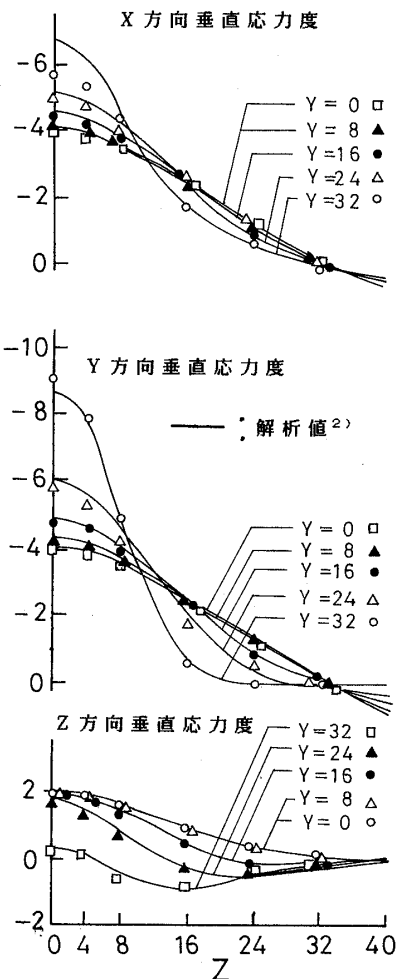


図4 例題 1 の Y Z 面の
応力度の計算結果

表わす。 $\eta_1 = h \{ -\cos^2 \theta_0 \ln |\tan(\theta_2/2)/\tan(\theta_1/2)| - \cos(\theta_2 - 2\theta_0) + \cos(\theta_1 - 2\theta_0) \}$, $\eta_2 = h \{ -\sin(\theta_2 - 2\theta_0) + \sin(\theta_1 - 2\theta_0) + 1/2 \sin 2\theta_0 \ln |\tan(\theta_2/2)/\tan(\theta_1/2)| \}$, $\eta_3 = h \{ -\ln |\tan(\theta_2/2)/\tan(\theta_1/2)| \}$ 。

ここでヤング率を E , ポアソン比を ν , $a_1 = (1 + \nu) / \{ 8(1 - \nu) \pi E \}$, 四辺形の面積を A_0 とする。応力度を σ , 変位を u で表して、 x 方向の荷重 W_x について、 $\sigma_{zx} = \sigma_{xz} = W_x / (2A_0)$, 他の応力度 = 0 , $u_x = a_1 \{ \sum \eta_1 + (3 - 4\nu) \sum \eta_3 \} W_x / A_0$, $u_y = a_1 \sum \eta_2 W_x / A_0$, $u_z = 0$ 。 y 方向の荷重 W_y について、 $\sigma_{zy} = \sigma_{yz} = W_y / (2A_0)$, 他の応力度 = 0 , $u_x = a_1 \sum \eta_2 W_y / A_0$, $u_y = a_1 \{ -\sum \eta_1 + 4(1 - \nu) \sum \eta_2 \} W_y / A_0$, $u_z = 0$ 。 z 方向の荷重 W_z について、 $\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \nu W_z / (2A_0)$, $\sigma_{zz} = W_z / (2A_0)$, 他の応力度 = 0 , $u_x = u_y = 0$, $u_z = a_1 (3 - 4\nu) \sum \eta_3 W_z / A_0$ 。

3 計算例と精度

数値は無次元化して表す。図2は輪切状の部分の側面に圧力を受ける円柱である。これを図3の要素数194のモデルで計算した結果が図4である。図5は、上底面の中心に局部圧縮荷重を受ける円柱である。これを図6のように1/8の領域について要素数216のモデルで計算した結果が図7である。このようなせん断力の作用しない荷重条件の三次元問題は、初歩的な間接法プログラムであっても比較的精度の良い計算結果となり、誤差の大きさは最高10%程度である。ただし境界から要素の寸法以内にある部分の応力度の計算結果は、誤差が10%をこえることが多い。

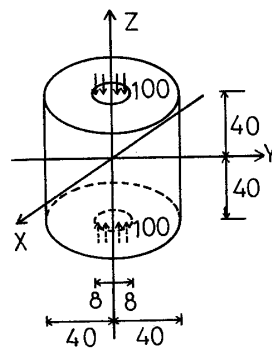


図5 例題2

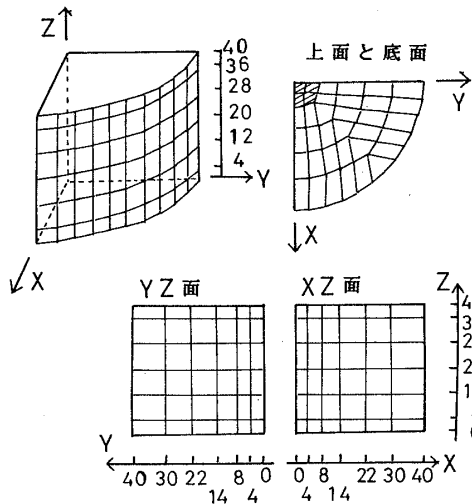
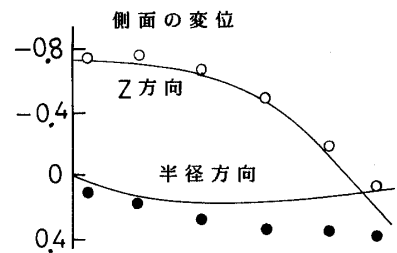
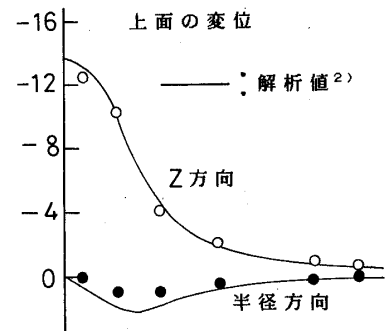


図6 例題2のモデル

要素数 216

CPU 115.6 s

(FACOM-M200)

$E = 100$, $\nu = 0.25$

境界条件; 上面左上の斜線の入った4つの要素は

要素に垂直な表面力 100

XZ面 YZ面 XY面の要素に垂直な方向の変位 0

他はすべて表面力 0

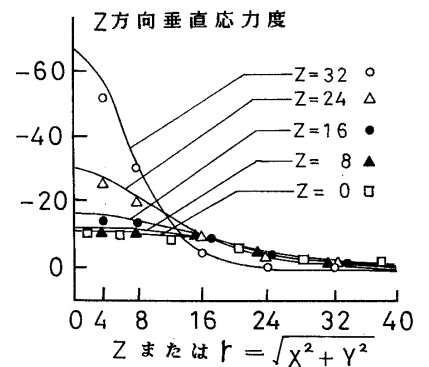


図7 例題2の計算結果

4 むすび

境界要素法の間接法に基づく三次元弾性解析の初歩的なプログラムで、せん断力の作用しないような荷重条件の問題を計算したところ、誤差の大きさが最高で10%程度である計算結果が得られた。

[文献] 1) Ed by P.K.Banerjee and R.Butterfield, Developments in Boundary Element Methods-1, Appl.Sci. Pub., London, 1979 2) 齊藤秀雄、短円柱および円盤の軸対称変形、日本機械学会論文集、18, 68, 1952

(* 1 東京大学教授 工博、 * 2 大分大学助教授 工博、 * 3 東京大学大学院)