

二次元弾性境界要素法プログラム

正会員 岸 谷 孝 一*
正会員 平 居 孝 之**
正会員 村 上 聖***

1. 序

材料の応力と変形を調べるための解析方法の発達はめざましく、工学上のほとんど全ての問題について数値解を求めることが可能になっている。数値解を利用する立場から問題になるのは計算コストであり、それは解析方法の使用上の簡便さと計算結果の精度に左右される。最近、境界要素法などと呼ばれる境界法の研究が活発になっており、領域内に未知数が分布する有限要素法に代表される領域法に比べ、境界上に未知数が分布する境界法は、未知数の分布する空間の次元が1つ小さいため、計算コストを低減できる可能性の強いことが注目されている。工学で直面する問題の中には、二次元の線形弾性問題として求めた数値解でも有効な場合が多々あり、筆者らは、そのような場合の経済的な解析方法を開発する目的で境界法の研究を行っている。筆者の一人は計算コストが安く、種々の境界条件の問題に適用できる境界法のプログラムを開発しており^{1,2)}、解析法として有用性が高いと考えられたので、解析手段として利用できるように適用上の仕様を含めてここに報告する。プログラムの対象となるのは等方性線形静弾性の二次元問題であり、物体力の無い場合で任意の境界条件と形状で、厚さや弾性係数の異なる部分が接合された問題を解析できる。

2. 解法の原理と既往の解法との関連

解法の原理は何ら新しいものではなく、支配方程式を満足する基本解を、境界条件が近似的に満足されるように重ね合わせる方法である。選点法、体積力法、境界要素法の間接法などと呼ばれる既往の解法と基本的に同じである。選点法は、境界上の数点で境界条件が満足されるように、応力関数に付いた係数である未知数を求める方法であり、応力関数を未知数の付いた基本解の和とみなすと、選点の数に対応した数の基本解を重ね合わせて境界条件を再現させる方法と言える。体積力法は、問題

の境界を包含する無限または半無限領域で、境界の位置に未知数である重みを付けた体積力が作用する基本解を重ね合わせて境界条件を満足させる方法である^{3,4)}。境界要素の間接法と呼ばれる方法は、境界の変位と表面力の間になり立つ境界積分方程式に基づくもので、基礎方程式に使われる基本解(影響関数)の相反性を考慮すると、基本解の重ね合せによる方法と同じものである²⁾。

境界法には、これらの他に境界要素法の直接法がある。間接法と同じく境界積分方程式に基づく解法である^{5,6)}。基礎方程式を基本解の重ね合せから導くことができるので²⁾、重ね合せ法を拡張したものとみなせるが、数値的取り扱いは重ね合せ法と異なる。重ね合せ法が境界上の未知数の分布状態を低次でモデル化して満足できる精度の解を導けるのに対して、直接法の場合は、一定や線形などの低次の分布状態でモデル化すると解の精度が悪い²⁾。2次の分布状態で境界値をモデル化することにより精度の良い解の出ている報告があり⁷⁾、直接法では、境界上の未知数を高次の分布状態でモデル化する必要がある、

以上のように、選点法・体積力法・境界要素法の間接法は、筆者らが開発した境界法と同じ原理の解析方法である。これらの従来の方法で、任意の形状と境界条件の問題に対し汎用性のあるプログラムが開発されなかったのは、変位場として採用する基本解の数値的処理と、低次の要素を用いて境界条件を経済的に再現するための重ね合せ方法が不十分であったためと考えられる。例えば、基本解として広く使われている無限平板の1点に単位の集中力が作用する基本解の場合は、荷重の作用点の近傍における局所的な解の乱れが大きい。半無限平板の基本解は無縁上の境界値で境界条件を近似できるので、境界条件の再現性にすぐれているが、変位場の選定と数値計算上の特異点および剛体変位の取り扱いが障害となっていた。また、境界条件を再現するための重ね合せ方法では、一般に計算量が少ないことから境界上で選んだ数点で境界条件を満足させる場合が多いが、この方法では解に含まれる誤差が大きい。境界を分割し、それぞれの区間ごとに平均的に境界条件を満足するように境界条件

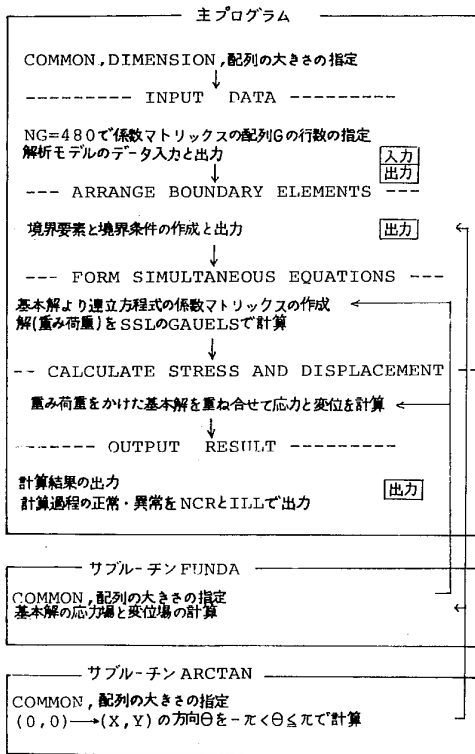
*東京大学 教授・工博

**大分大学 助教授・工博

***東京大学 大学院生

(昭和57年9月6日原稿受理日、討論期限昭和58年8月末日)

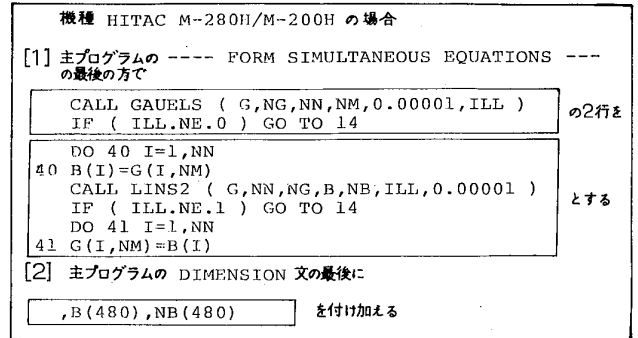
表—1 プログラムの構成



表—2 計算機の容量による変更

計算機の容量 × KB	1024	2048	512	128	
境界要素数の上限	240	340	160	65	
プログラムの変更箇所	主プログラムのDIMENSION文中および主プログラムとサブルーチンのCOMMON文中の数字	末尾に示したプログラムそのまま	変更前 240 → 340 変更後 480 → 680 481 → 681	変更前 240 → 160 変更後 480 → 320 481 → 321	変更前 240 → 65 変更後 480 → 130 481 → 131
	主プログラムの最初の方 NG=480		NG=680	NG=320	NG=130

表—3 連立方程式の解法に使用するSSLの変更



を再現する方法がすぐれている⁸⁾。この場合は、計算時間に要するコストが問題である。

ここに示す解析プログラムは、すでに報告している基本解¹⁾を用いて、変位境界条件の数値的取り扱いを適切に行い、また計算コストを左右する境界上の数値積分を解の精度に影響する範囲内だけについて行うことにより、従来問題になっていた諸点について改良を加えたものである。

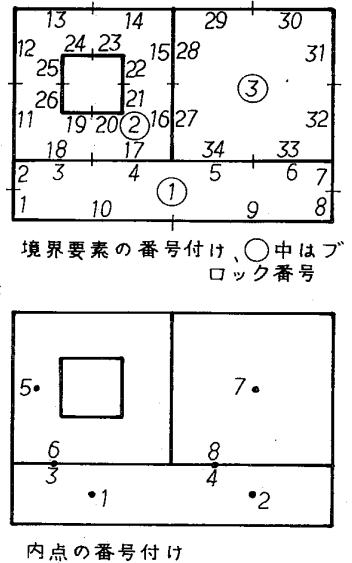
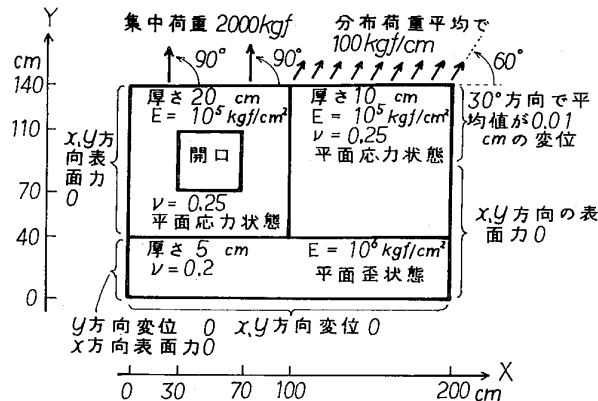
3 プログラムの構成

プログラムは、表—1のように主プログラムと2つのサブルーチンから構成されている。本論の末尾の表—6にプログラムを示すが、これはFACOM-M200の使用を前提にしたもので、機種が異なれば以下の修正を要する。

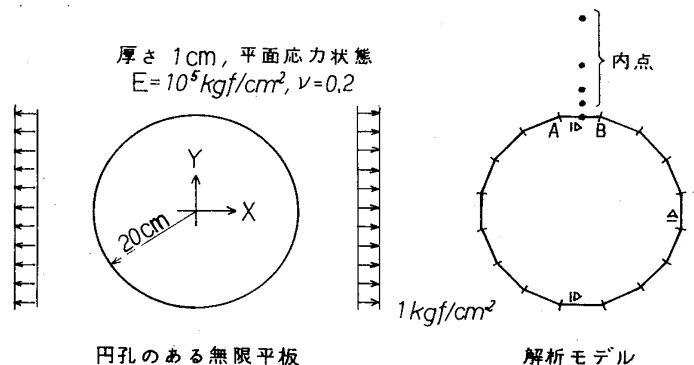
3.1 配列の大きさ

末尾に示すプログラムは機種が1024KBの場合で、解析モデルに設定する境界要素の数の上限は240程度である。容量の大きさにより境界要素の数の上限は変化し、それに応じて表—2のように配列の大きさと係数マトリックスの配列の大きさであるNGの値の指定の変更が必要である。

3.2 連立方程式の解法



図—1 モデル1



図—2 モデル2

表—4 モデル1, 2の入力データ

5 10 15 20 25 30 35 40 45 50 55 60 65 70 75

1	3	34	8	0.0	0.0	0.0
問題の番号(任意)のクの数						
4	6	8				

若いブロックから順に内点の最後の番号(10ヶまで入れられる)

1	0.2	1000000.0	5.0	1
ポアソン比 縦弾性係数 厚さ 平面歪状態の1 (平面応力状態のときは0)				
10				
ブロックごとの分離した境界のそれぞれの要素の最後の番号 (10ヶまで入れられる)				
2	0.25	1000000.0	20.0	0
18	26			
1	0.25	1000000.0	10.0	0
34				

これより境界要素のデータ

0	1	1		0.0	0.0	0.0		0.0
0	2	1		0.0	20.0	0.0		0.0
0	3	4	18	0.0	40.0			
0	4	4	17	50.0	40.0			
0	5	4	34	100.0	40.0			
0	6	4	33	150.0	40.0			
0	7	0		200.0	40.0	0.0		
0	8	0		200.0	20.0	0.0		
0	9	3		200.0	0.0			0.0
0	10	3		100.0	0.0			0.0
0	11	0		0.0	40.0	0.0		
0	12	0		0.0	90.0	0.0		
1	13	0		0.0	140.0	2000.0	90.0	
1	14	0		50.0	140.0	2000.0	90.0	
0	15	4	28	100.0	140.0			
0	16	4	27	100.0	90.0			
0	17	4	4	100.0	40.0			
0	18	4	3	50.0	40.0			
2	19	0		30.0	70.0	0.0		
2	20	0		50.0	70.0	0.0		
2	21	0		70.0	70.0	0.0		
2	22	0		70.0	90.0	0.0		
2	23	0		70.0	110.0	0.0		
2	24	0		50.0	110.0	0.0		
2	25	0		30.0	110.0	0.0		
2	26	0		30.0	90.0	0.0		
0	27	4	16	100.0	40.0			
0	28	4	15	100.0	90.0			
0	29	0		100.0	140.0	5000.0	60.0	
0	30	0		150.0	140.0	5000.0	60.0	
0	31	3		200.0	140.0			0.01 30.0
0	32	0		200.0	90.0	0.0		
0	33	4	6	200.0	40.0			
0	34	4	5	150.0	40.0			

要素始点のX座標 Y座標 表面力の合力の大きさ 作用方向(度) 平均値 表面変位の平面的な作用方向(度)
 接合される相手要素の番号 MD(-)
 境界条件の種類 MM(-)
 要素の番号
 適用される基本解の種類 M(-)

これより内点のデータ

1	50.0	20.0
2	150.0	20.0
3	25.0	40.0
4	125.0	40.0
5	15.0	90.0
6	25.0	40.0
7	150.0	90.0
8	125.0	40.0

(以上モデル1について)

連立方程式の解法には、計算機に組み込みのSSL(サイエンティフィックサブルーチン)のGAUELSを使用しており、解析に使うSSLが違う場合は引数を含めた変更が必要で、例えば機種がHITACM-280H/M-200Hの場合は表—3のようになる。

3.3 有効数字の大きさ

プログラムは単精度(有効数字7桁程度)で組み立ててあり、倍精度とするためプログラム全体を倍精度で実行する指示を追加する場合は、配列の大きさと連立方程式の解法に使うSSLの修正が必要である。解の精度の向上のためには、倍精度とするより境界要素の数を増やす方が有効で、一般に単精度で満足な解が得られる。

4. 解析モデルと入外力の仕様

4.1 境界要素と内点の設定

図—1は、境界要素の設定方法を説明するため、要素の数を減らして表示した解析モデルである。実際の解析モデルでは、満足な精度の解を得るのに必要な数の要素を設定することになる。要素の数の上限は表—1に示される値である。問題の境界は、連続した線分の境界要素に置き換えてモデル化される。図—1は、弾性係数と厚さの異なる3つの部分が接合され、第2のブロックには開口がある。弾性係数と厚さが同じ部分であっても、解の精度を良くするために複数のブロックが接合されたものとしてモデル化することもできる。各ブロックに番号を付ける。番号を付け始めるブロックの位置は任意である。境界要素は、実体が右手にあるような方向をその要素の向きと考えている。境界要素に要素の方向の順に通しの番号を付ける。若いブロックから付けて行き、各ブ

2	1	16	6	1.0	0.0	0.0
6						
1	0.2	1000000.0	1.0	0		
16						
2	1	0	19.62	3.90		
2	2	0	16.63	11.11		
2	3	0	11.11	16.63		
2	4	1	3.90	19.62		
2	5	0	-3.90	19.62		
2	6	0	-11.11	16.63		
2	7	0	-16.63	11.11		
2	8	0	-19.62	3.90		
2	9	0	-19.62	-3.90		
2	10	0	-16.63	-11.11		
2	11	0	-11.11	-16.63		
2	12	1	-3.90	-19.62		
2	13	0	3.90	-19.62		
2	14	0	11.11	-16.63		
2	15	0	16.63	-11.11		
2	16	1	19.62	-3.90		
1	0.0	19.62				
2	0.0	22.0				
3	0.0	25.0				
4	0.0	30.0				
5	0.0	50.0				
6	0.0	100.0				

(以上モデル2について)

ロックにおいて最初に番号を付ける要素の位置は任意である。境界要素の座標は、要素をベクトルとみなしたときの始点の座標で入力する。基本となる直交 xy 座標を 1 つ設定するが、その位置は任意である。

応力と変位を計算したい内点の座標を入力する。内点はブロックの若い方から順に番号を付けて行く。各ブロック内で番号の付け方は任意である。境界上の内点は各要素の中央部に設けると、計算結果の誤差が小さく、要素の接合点に設けると解の精度が悪い。図—1 で内点 3 と内点 6 は内じ座標であるが、内点 3 はブロック 1 に属し内点 6 はブロック 2 に属する。内点は総数 300 以下で、任意の位置に設けることができる。

4.2 平面応力と平面歪

各ブロックの平面応力状態または平面歪状態の指定は、整数 0 と 1 で次のように配列 $IP(\cdot)$ に入力し、また出力される。

$IP=0$; 平面応力状態

$IP=1$; 平面ひずみ状態

4.3 境界条件

境界条件で与えられた表面力または変位は、各要素における表面力の合力または変位の平均値を、その大きさと x 軸の正方向を基準とする方向を度で表して入力する。各要素の境界条件が表面力か変位のどちらで与えられるかの指定は、次のように整数 0~4 で配列 $MM(\cdot)$ に入力し、また出力される。ここで、 x' 方向は境界要素の方向 (実体が右手にある方向) で、 y' 方向は y' 方向から $+90^\circ$ の方向である。 x' と y' は、対象となる境界要素に個別のもので、全体の基本となる座標軸の x と y に関係がない。

$MM(\cdot)=0$; x' と y' 方向の表面力が与えられる。

$MM(\cdot)=1$; x' 方向の変位と y' 方向の表面力が与えられる。

$MM(\cdot)=2$; x' 方向の表面力と y' 方向の変位が与えられる。

$MM(\cdot)=3$; x' と y' 方向の変位が与えられる。

$MM(\cdot)=4$; 2 つのブロックが接合された境界にある境界要素のとき

$MM(\cdot)=4$ の要素については、接合されている相手の要素の番号を配列 $MD(\cdot)$ に入力し、また出力される。表面力だけを与え、変位の拘束条件を付けないモデルでも解ける。そのとき、変位の計算結果に多少の剛体変位を含むが、解は求まる。

図—2 のように、無限平板に開口のある問題では、開口上に設定した境界要素に境界条件で与えられた表面力または変位を入力するほか、無限遠で作用している応力の値を入力することになる。

4.4 基本解の選択

基本解には 3 種類ある。各々の要素において 3 種類の

うちの 1 つの基本解を次のように指定し、0~2 の整数で配列 $M(\cdot)$ に入力し、また出力される。

$M(\cdot)=0$; 要素の延長線で分割された 2 つの領域の片方にその要素の属するブロックが位置する場合で、集中の状態で作作用する表面力以外の境界条件が与えられたとき (半無限平板の無限縁の一部に重み荷重が等分布で作用する基本解を用いる)

$M(\cdot)=1$; 要素の延長線で分割された 2 つの領域の片方にその要素の属するブロックが位置する場合で、集中の状態で作作用する表面力で境界条件が与えられたとき (半無限平板の無限縁の一点に重み荷重が集中して作用する基本解を用いる)

$M(\cdot)=2$; 要素の延長線で分割された 2 つの領域の両方にその要素の属するブロックが位置する場合 (無限平板の一点に重み荷重が集中して作用する基本解を用いる)

4.5 入力データ

10 個以内の解析モデルのデータを続けて入力することができる。表—4 に図—1 と図—2 のモデルの入力データを示す。空白の欄は不用の所であり、計算機の機種に応じて 0 または 0.0 も空白として入力できる場合が多い。データ入力に必要なワード数は少なく、要素が数百になっても作成は容易である。なお入力データ厚さ・縦弾性係数・ポアソン比の値に不備がある場合は、それぞれ 1.0, 1.0, 0.0 とされる。

4.6 出力

表—5 にモデル 1 の計算結果の出力を示す。解析モデルのデータ、重み荷重 (x' と y' 方向)、境界要素における再現された境界値の計算結果 (X と Y は中点の座標、表面力は合力を x' と y' 方向で、変位は x' と y' 方向で)、内点の応力と変位の計算結果 ($\sigma_1, \sigma_2, \tau_{max}, \sigma_1$ の方向、 $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}, \delta_x, \delta_y$ の順で) の順で出力する。ここで、 x と y は全体の基本座標軸であり、 x' と y' は個々の要素の方向とそれから $+90^\circ$ の方向を表す。計算過程が正常なときは最後に、また計算過程が異常なときは異常発生時点で、NCR と ILL が次のような値として出力される。

$NCR = \begin{cases} 0 & ; \text{正常} \\ \text{正の整数} & ; \text{その数の番号の境界要素の入力データに異常 (同一ブロック上で同じ座標の要素がある)} \end{cases}$

$ILL = \begin{cases} 0 & ; \text{正常 (HITAC280H/200H の機種) のときは 1 が正常終了を表す} \\ 0 \text{ 以外} & ; \text{異常 (連立方程式の係数マトリックスの特異性, 内容は SSL の指示による)} \end{cases}$

表一五 出力結果

MODEL 1											
BLOCK	3	BOUNDARY ELEMENT	34	INNER POINT	8	INITIAL STRESS	X-Y-XY	0.0	0.0	0.0	
LAST NO. OF INNER POINTS IN EACH BLOCK											
BLOCK NO.	1	EDGE	1	POISSON'S RATIO	0.2000	YOUNG'S MODULUS	0.1000000E+07	THICKNESS	5.0000	IP(1)	1
LAST NO. OF BOUNDARY ELEMENTS ON EACH EDGE											
BLOCK NO.	2	EDGE	2	POISSON'S RATIO	0.2500	YOUNG'S MODULUS	0.1000000E+06	THICKNESS	20.0000	IP(1)	0
LAST NO. OF BOUNDARY ELEMENTS ON EACH EDGE											
BLOCK NO.	3	EDGE	1	POISSON'S RATIO	0.2500	YOUNG'S MODULUS	0.1000000E+06	THICKNESS	10.0000	IP(1)	0
LAST NO. OF BOUNDARY ELEMENTS ON EACH EDGE											
BLOCK NO.	1	EDGE NO.	1	BOUNDARY ELEMENTS		1 - 10	DISPLACEMENT-DIRECTION		ELEMENT LENGTH-DIRECTION		
M(I)	NO.	HM(I)	MD(I)	X	Y	TRACTION-DIRECTION					
0	1	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	20.000000	89.99995	
0	2	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	20.000000	89.99995	
0	3	4	18	0.0	40.000000	0.0	0.0	0.0	50.000000	0.0	
0	4	4	17	50.000000	40.000000	0.0	0.0	0.0	50.000000	0.0	
0	5	4	34	100.000000	40.000000	0.0	0.0	0.0	50.000000	0.0	
0	6	4	33	150.000000	40.000000	0.0	0.0	0.0	50.000000	0.0	
0	7	0	0	200.000000	40.000000	0.0	0.0	0.0	20.000000	-90.00002	
0	8	0	0	200.000000	20.000000	0.0	0.0	0.0	20.000000	-90.00002	
0	9	3	0	200.000000	0.0	0.0	0.0	0.0	100.000000	179.99998	
0	10	3	0	100.000000	0.0	0.0	0.0	0.0	100.000000	179.99998	
BLOCK NO.	2	EDGE NO.	2	BOUNDARY ELEMENTS		11 - 18	DISPLACEMENT-DIRECTION		ELEMENT LENGTH-DIRECTION		
M(I)	NO.	HM(I)	MD(I)	X	Y	TRACTION-DIRECTION					
0	11	0	0	0.0	40.000000	0.0	0.0	0.0	50.000000	89.99995	
0	12	0	0	0.0	90.000000	0.0	0.0	0.0	50.000000	89.99995	
1	13	0	0	0.0	140.000000	2000.00000	90.00000	0.0	50.000000	0.0	
1	14	0	0	50.000000	140.000000	2000.00000	90.00000	0.0	50.000000	0.0	
0	15	4	28	100.000000	140.000000	0.0	0.0	0.0	50.000000	-90.00002	
0	16	4	27	100.000000	90.000000	0.0	0.0	0.0	50.000000	-90.00002	
0	17	4	4	100.000000	40.000000	0.0	0.0	0.0	50.000000	179.99998	
0	18	4	3	50.000000	40.000000	0.0	0.0	0.0	50.000000	179.99998	
BLOCK NO.	2	EDGE NO.	2	BOUNDARY ELEMENTS		19 - 26	DISPLACEMENT-DIRECTION		ELEMENT LENGTH-DIRECTION		
M(I)	NO.	HM(I)	MD(I)	X	Y	TRACTION-DIRECTION					
2	19	0	0	30.000000	70.000000	0.0	0.0	0.0	20.000000	0.0	
2	20	0	0	50.000000	70.000000	0.0	0.0	0.0	20.000000	0.0	
2	21	0	0	70.000000	70.000000	0.0	0.0	0.0	20.000000	89.99995	
2	22	0	0	70.000000	90.000000	0.0	0.0	0.0	20.000000	89.99995	
2	23	0	0	70.000000	110.000000	0.0	0.0	0.0	20.000000	179.99998	
2	24	0	0	50.000000	110.000000	0.0	0.0	0.0	20.000000	179.99998	
2	25	0	0	30.000000	110.000000	0.0	0.0	0.0	20.000000	-90.00002	
2	26	0	0	30.000000	90.000000	0.0	0.0	0.0	20.000000	-90.00002	
BLOCK NO.	3	EDGE NO.	1	BOUNDARY ELEMENTS		27 - 34	DISPLACEMENT-DIRECTION		ELEMENT LENGTH-DIRECTION		
M(I)	NO.	HM(I)	MD(I)	X	Y	TRACTION-DIRECTION					
0	27	4	16	100.000000	40.000000	0.0	0.0	0.0	50.000000	89.99995	
0	28	4	15	100.000000	90.000000	0.0	0.0	0.0	50.000000	89.99995	
0	29	0	0	100.000000	140.000000	5000.00000	60.00000	0.0	50.000000	0.0	
0	30	0	0	150.000000	140.000000	5000.00000	60.00000	0.0	50.000000	0.0	
0	31	3	0	200.000000	140.000000	0.0	0.0	0.1000000E-01	30.00000	50.000000	
0	32	0	0	200.000000	90.000000	0.0	0.0	0.0	50.000000	-90.00002	
0	33	4	6	200.000000	40.000000	0.0	0.0	0.0	50.000000	179.99998	
0	34	4	5	150.000000	40.000000	0.0	0.0	0.0	50.000000	179.99998	
INNER POINTS: NO. COORDINATE X Y											
1	50.00000	20.00000	2	150.00000	20.00000	3	25.00000	40.00000	4	125.00000	40.00000
6	25.00000	40.00000	7	150.00000	90.00000	8	125.00000	40.00000	5	15.00000	90.00000
WEIGHT OF FUNDAMENTAL SOLUTION											
1	205.46837	-536.56177	2	242.33031	-1193.16992	3	1327.65015	1599.12769	4	2590.54077	2447.76538
5	45395.1709	64941	7	192.81264	-564.05664	8	263.25574	-1091.85620	9	3109.21924	2262.99170
11	32.02753	855.22098	12	231.92680	-1683.18994	13	44.18040	804.48457	14	279.44751	1922.20557
16	249.41483	-2423.79346	17	3154.33350	3894.57227	18	1045.74927	3535.24585	19	-3224.23975	-4762.57812
21	6651.96675	-4314.09375	22	3350.40527	-1538.99048	23	-3135.13232	-4145.48437	24	-3901.81665	-6584.95703
26	2568.74170	-592.01245	27	-1145.22900	1465.25366	28	-1107.70972	-110.10135	29	2055.15405	2368.46509
31	-1353.68530	940.23657	32	1051.22021	-2412.93262	33	1926.19995	2149.14795	34	918.42261	2747.76025
RESULT --- MODEL 1 ---											
BOUNDARY ELEMENTS											
M(I)	NO.	HM(I)	MD(I)	X	Y	TRACTIONS TANGENTIAL-NORMAL	DISPLACEMENTS TANGENTIAL-NORMAL				
0	1	0	0	0.0	10.000000	0.0007324	0.0001931	0.734192E-03	-0.2012329E-03		
0	2	0	0	0.0	50.000000	0.0002441	0.0006104	-0.7786156E-03	-0.7507780E-03		
0	3	4	18	25.000000	40.000000	560.067303	3219.11548	0.8986781E-03	0.9350365E-03		
0	4	4	17	75.000000	40.000000	3406.19238	4942.61328	0.1148649E-02	0.7850359E-03		
0	5	4	34	125.000000	40.000000	1277.34595	3004.76514	0.7807612E-03	0.6882318E-03		
0	6	4	33	175.000000	40.000000	1171.37598	2723.71704	0.7632212E-03	0.3393404E-03		
0	7	0	0	200.000000	50.000000	-0.0001221	0.0065002	0.1327422E-03	0.5117324E-03		
0	8	0	0	200.000000	10.000000	-0.0025272	0.0005188	0.1389807E-03	0.1615784E-03		
0	9	3	0	150.000000	65.000000	2644.15071	4640.42197	0.2722101E-02	0.5911016E-02		
0	10	3	0	50.000000	0.0	3785.73975	10102.2344	-0.1171875E-07	0.1123047E-07		
0	11	0	0	0.0	65.000000	0.0011207	0.0010834	0.3542332E-02	-0.2783127E-02		
0	12	0	0	0.0	115.000000	0.0016479	0.0019484	0.4620798E-02	-0.6240330E-02		
1	13	0	0	25.000000	140.000000	0.0100164	1999.78979	0.6225761E-02	0.5366041E-02		
1	14	0	0	75.000000	140.000000	-0.0009003	1999.99458	0.6908283E-02	0.6581619E-02		
0	15	4	28	100.000000	115.000000	-2491.90381	2300.60693	-0.5603082E-02	0.6781098E-02		
0	16	4	27	100.000000	65.000000	-1752.34155	1574.85908	-0.2722782E-02	0.2547386E-02		
0	17	4	4	75.000000	40.000000	3406.19189	4942.62500	-0.1148670E-02	-0.7851024E-03		
0	18	4	3	25.000000	40.000000	580.097656	3219.11768	-0.8986918E-03	-0.9350423E-03		
2	19	0	0	40.000000	70.000000	-0.0009308	0.0083008	0.2006894E-02	0.8961444E-03		
2	20	0	0	60.000000	70.000000	0.0093384	0.0100665	0.1599092E-02	0.1165323E-02		
2	21	0	0	70.000000	80.000000	-0.0134735	0.0098877	0.4795803E-02	-0.3927756E-02		
2	22	0	0	70.000000	100.000000	0.0003510	0.0057678	0.0084886E-02	0.5937390E-02		
2	23	0	0	60.000000	110.000000	-0.0046997	0.0082877	-0.7146936E-02	-0.6343804E-02		
2	24	0	0	40.000000	110.000000	-0.0154419	0.0104980	-0.7079940E-02	-0.3554266E-02		
2	25	0	0	30.000000	100.000000	-0.0048981	0.0074158	-0.2966071E-02	0.5447507E-02		
2	26	0	0	30.000000	80.000000	-0.0070801	-0.0024414	-0.1766240E-02	0.3734454E-02		
0	27	4	16	100.000000	65.000000	-1752.36572	1573.57446	0.2722801E-02	-0.2547432E-02		
0	28	4	15	100.000000	115.000000	-2491.91748	2300.60425	0.5603112E-02	-0.6767109E-02		
0	29	0	0	125.000000	140.000000	2500.00513	4330.12109	0.9826947E-02	0.8448586E-02		
0	30	0	0	175.000000	140.000000	1.9307	75.45	0.5163	3.8809		
0	31	3	0	200.000000	115.000000	-2028.29419	1343.93457	-0.5000105E-02	0.8660223E-02		
0	32	0	0	200.000000	65.000000	-0.0014343	-0.0056152	-0.1055059E-02	0.2272143E-02		
0	33	4	6	175.000000	40.000000	1171.38062	2723.72583	-0.7632304E-03	-0.3393670E-03		
0	34	4	5	125.000000	40.000000	1277.34741	3804.78320	-0.7808101E-03	-0.6882264E-03		
INNER POINTS											
ANGLE IS THE DIRECTION OF THE PRINCIPAL STRESS; *MAXIMUM SHEARING STRESS ACTS ON THE PLANE FOR WHICH ANGLE=45 DEGREE											
NO.	X	Y	PRINCIPAL STRESSES	M1 M2 M3	ANGLE	STRESSES X Y XY	DISPLACEMENTS X Y				
1	50.00000	20.00000	25.5279	2.5812	11.4734	66.69	6.1731	21.9360	-8.3379	0.542715E-03	

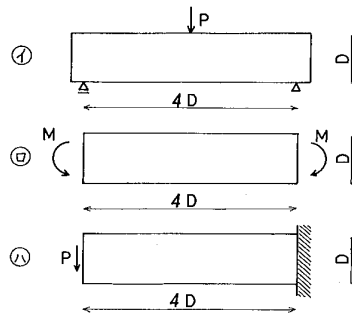


図-3 曲げを受けるはり

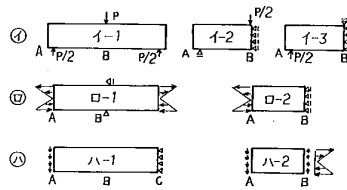


図-4 解析モデル

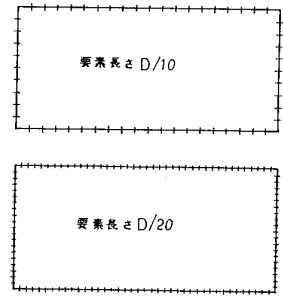


図-5 基本要素分割

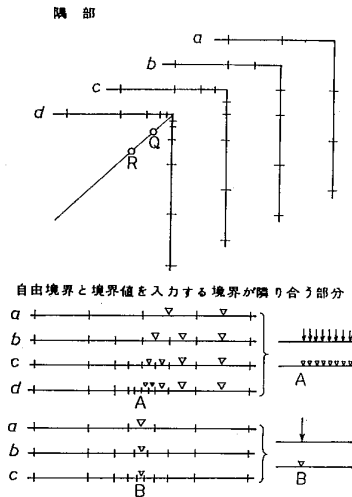


図-6 境界要素の細分割

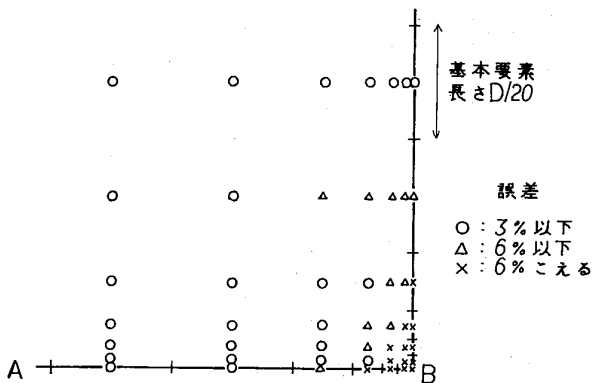


図-7 解の精度

5. 境界要素の設定と解の精度

図-3は、曲げを受けるはりである。図-4のように、全体または1/2の部分について解析することができる。1/2のモデルは計算量に関し有利であるが、図中Bで示した所が隅部となるので、全体モデルに比べるとB点での精度が落ちる。この場合、B点の値は、後で述べるように外挿による修正が必要である。図-5は、1/2モデルについて基本となる要素分割を示したもので、はりのせいをDとして長さD/10の要素または長さD/20の要素を設定している。全体の解の精度は、小さい要素を多数設定したモデルの方が良い。I-2のモデルで拘束条件で入力された支承部の反力の計算結果の誤

差は、D/10の要素のモデルで2%、D/20の要素のモデルで1%程である。また、I-2やR-2のモデルで1/2に切断することから生じる境界は、境界と垂直方向の変位を0として入力することになるが、計算結果で得られた表面力による力のモーメントには、D/10の要素のモデルで7%、D/20の要素のモデルで3%の誤差を含む。ただし、水平方向の力の釣合いは精度が良い。このように、一般に要素分割を細かくすれば全体の解の精度が向上するが、自由境界および境界値の変化が小さい境界は、境界要素を粗く設定しても解の精度は良い。

図-6は、境界近傍の解の精度を向上するための局所的な要素の設定方法である。この場合、隣り合った要素の長さの比は1/2倍から2倍の間にあるようにする。領域内の応力と変位を計算する点は、領域の内部にあると解の精度が良く、隅部に近づくと誤差を生じる。図-7は、図-4のR-2やH-2のモデルについて図-5のD/20の要素長さで基本要素分割を行い、隅部を図-6のdのように細分割して境界要素を設定したときの右下の隅部におけるB点近傍の解の精度を表したものである。○印は誤差3%以内、△印は誤差6%以内、×印は誤差6%をこえることを示す。領域内の応力と変位を計算する点は、境界上にも取ることができる。このときは、要素の中心に計算する点の座標を取るのが望ましい。頂点の値は、図-6で隅部の分割をdのように取り、領域内の点RとQの値から外挿することになる。点Rは、隅部から数えて2つの要素より離れた所に位置するように選ぶと精度が良い。

円孔など曲線の境界をもつ問題は、線分の境界要素で解析モデルを設定するため、境界の近傍で誤差を生じる。この点についてはすでに報告しているように¹⁾、境界から境界要素の長さと同程度離れた内部における解の精度は、満足できるものになる。

図-8は、無限遠で一樣引張りを受ける無限板中のキレットである。無限板中のキレットのモデルには、キレットをスリットで置き換え、先端をノッチで近似するなどの技巧を要する。この場合、同一ブロック内で同一座標の境界要素を設けることは許されない。従って、解析モデルのスリットはある幅をもたせることになる。図-8には、

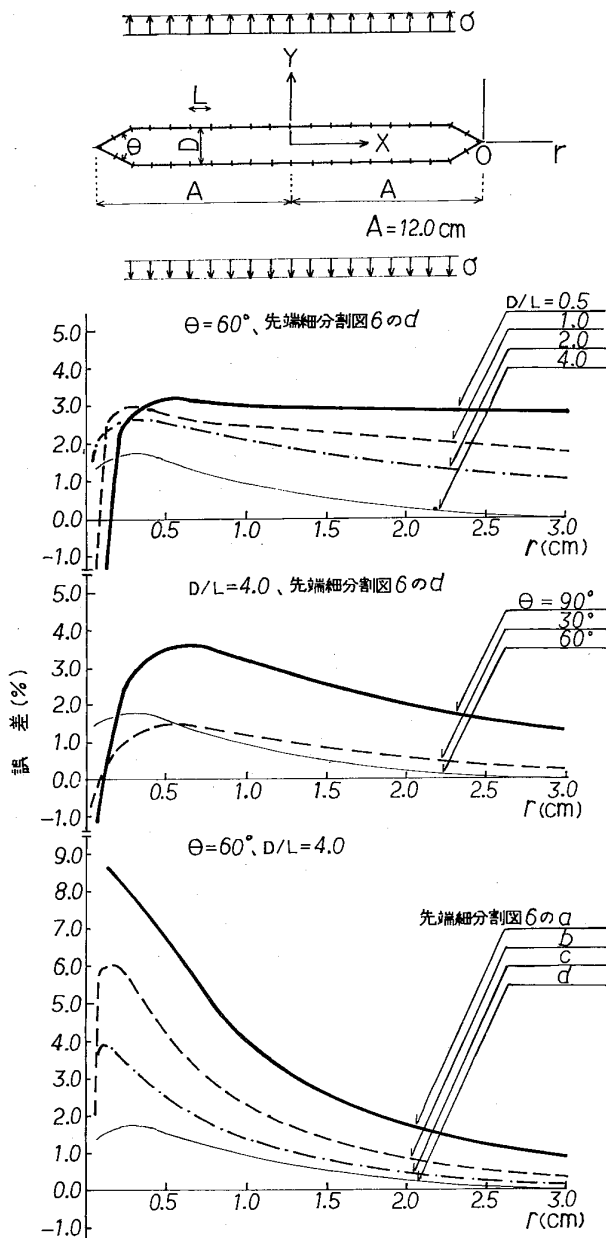


図-8 一様引張りを受ける無限板中のキレット

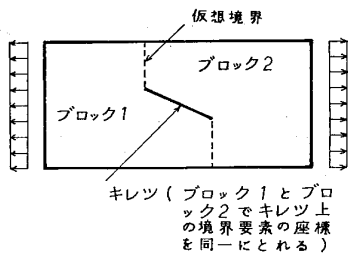


図-9 仮想境界の設定

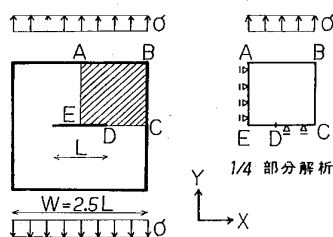


図-10 部分解析

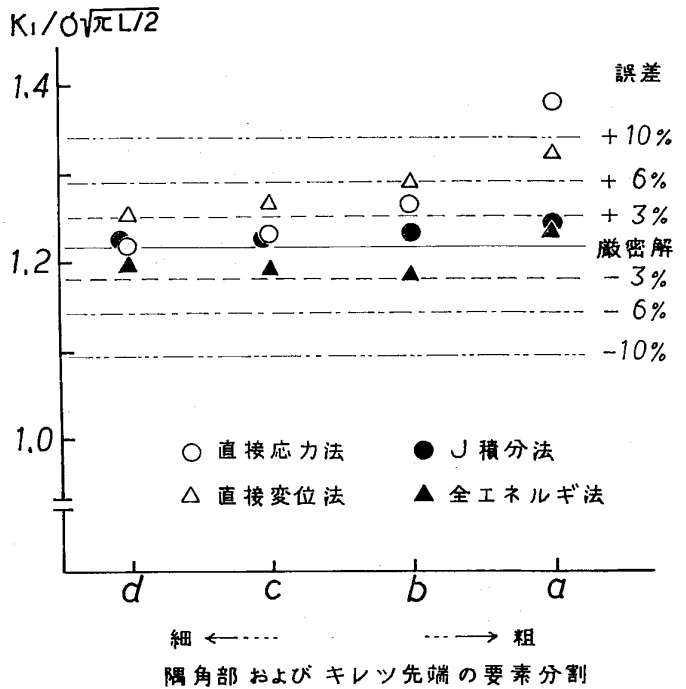


図-11 解の精度

基本分割の境界要素の長さおよびスリット先端の境界要素の長さを種々変えた場合のキレット先端近傍の x 軸上の応力の誤差を示す。ここで、スリット先端の要素分割は、図-6 に示すような方法で行う。キレット先端近傍の解の精度は図-8 に示すように、基本境界要素が小さい程精度が良く、またスリット先端の境界要素の大きさの 2~3 倍以上離れた部分で誤差 3% 以内に納まる。

有限板の場合には、図-9 に示されるようにキレットの対面する 2 つの境界が別々のブロックに属するようにモデル化を行うことにより、キレットの幅を 0 にとって解析することができる。また、対称性のある問題では、図-10 に示すように部分的に解析することができる。図-11 は、図-10 の 1/4 モデルの計算結果から直接応力法・直接変位法・全エネルギー法で求めた応力拡大係数 K_I の精度である。また、今回示したプログラムに基本解の偏微分値を追加して計算した J 積分値による応力拡大係数の精度も一緒に示している。

直接応力法と直接変位法による応力拡大係数は、キレット先端から 2 つの境界要素を除いた部分の計算結果を用いて求めたものである。キレット先端近傍では境界要素を細かく設定し、かつ計算結果としてキレット先端からキレット前方の 2 つ、キレット内側の 2 つの計 4 つの要素を除いた部分を対象とすれば、満足のゆく精度を得られることが示されている。一方、全エネルギー法と J 積分法は、いずれのモデルについても精度が良い。

境界条件は、表面力または変位の都合の良い方を与えてモデル化することができるが、変位で境界条件を入力する場合は、剛体変位を含まない値として入力することが望ましい。例えば、図-10 の 1/4 モデルの場合、境


```

SW=SIN(W)
CW=COS(W)
SS=SW*SW
CC=CW*CW
SSS=2.0*SW*CW
CCC=2.0*CC-1.0
IF (MM(1).EQ.4) GO TO 48
IF (MM(1).EQ.1) GO TO 45
IF (MM(1).EQ.3) GO TO 46
G(I,X,JX)=(@((1,1)-@((2,1)))*SSS-
L @((3,1)-CCC*2.0)*R(I)
G(I,X,JY)=(@((1,2)-@((2,2)))*SSS-
L @((3,2)-CCC*2.0)*R(I)
G(I,X,NM)=P(I,1)
IF (MM(1).EQ.2) GO TO 47
45 G(I,Y,JX)=(@((1,1)*SS+@((2,1))*CC-
L @((3,1)*SSS)*2.0)*R(I)
G(I,Y,JY)=(@((1,2)*SS+@((2,2))*CC-
L @((3,2)*SSS)*2.0)*R(I)
G(I,Y,NM)=P(I,2)
IF (MM(1).EQ.0) GO TO 42
46 G(I,X,JX)=(@((4,1)*CW-@((5,1))*SW)/TH
G(I,X,JY)=(@((4,2)*CW-@((5,2))*SW)/TH
G(I,X,NM)=PP(I,1)
IF (MM(1).EQ.1) GO TO 42
47 G(I,Y,JX)=(@((4,1)*SW+@((5,1))*CW)/TH
G(I,Y,JY)=(@((4,2)*SW+@((5,2))*CW)/TH
G(I,Y,NM)=PP(I,2)
GO TO 42
48 I(Y)=MD(I)+2
I(X)=I(Y)-1
IF (I.GT.MD(I)) GO TO 49
G(I,X,JX)=(@((1,1)-@((2,1)))*SSS-
L @((3,1)-CCC*2.0)*R(I)
G(I,X,JY)=(@((1,2)-@((2,2)))*SSS-
L @((3,2)-CCC*2.0)*R(I)
G(I,Y,JX)=(@((1,1)*SS+@((2,1))*CC-
L @((3,1)*SSS)*2.0)*R(I)
G(I,Y,JY)=(@((1,2)*SS+@((2,2))*CC-
L @((3,2)*SSS)*2.0)*R(I)
G(I,X,JX)=(@((4,1)*CW-@((5,1))*SW)/TH
G(I,X,JY)=(@((4,2)*CW-@((5,2))*SW)/TH
G(I,Y,JX)=(@((4,1)*SW+@((5,1))*CW)/TH
G(I,Y,JY)=(@((4,2)*SW+@((5,2))*CW)/TH
GO TO 42
49 G(I,X,JX)=(@((4,1)*CW-@((5,1))*SW)/TH
G(I,X,JY)=(@((4,2)*CW-@((5,2))*SW)/TH
G(I,Y,JX)=(@((4,1)*SW+@((5,1))*CW)/TH
G(I,Y,JY)=(@((4,2)*SW+@((5,2))*CW)/TH
G(I,X,JX)=-(@((1,1)-@((2,1)))*SSS-
L @((3,1)-CCC*2.0)*R(I)
G(I,X,JY)=-(@((1,2)-@((2,2)))*SSS-
L @((3,2)-CCC*2.0)*R(I)
G(I,Y,JX)=-(@((1,1)*SS+@((2,1))*CC-
L @((3,1)*SSS)*2.0)*R(I)
G(I,Y,JY)=-(@((1,2)*SS+@((2,2))*CC-
L @((3,2)*SSS)*2.0)*R(I)
42 CONTINUE
CALL GAUELS(G,NG,NN,NM,0.00001,ILL)
IF (ILL.NE.0) GO TO 14
WRITE (6,2047)
WRITE (6,2041) ((I,G(2*I-1,NM),
L G(2*I,NM)),I=1,ND)
2047 FORMAT (/, 'WEIGHT OF FUNDAMENTAL SOLUTION')
2041 FORMAT (5(I4,2F11.5))

```

```

C ----- CALCULATE STRESS AND DISPLACEMENT -----
LBB=10
DO 56 K=1,NE
PR=PRR(K)
EN=ENN(K)
TH=THH(K)
LA=1
KA=JA(K)
KB=JB(K)
LB=NSP(K)
IF (K.NE.1) LA=NSP(K-1)+1
DO 56 J=KA,KB
LF=J
JY=J+2
JX=JY-1
SF=SIN(F(J))
CF=COS(F(J))
DO 52 I=KA,KB
UU=(AP(I,1)-AP(J,1))*CF+(AP(I,2)-AP(J,2))*SF
VV=- (AP(I,1)-AP(J,1))*SF-(AP(I,2)-AP(J,2))*CF
RR=SQR(UU**2+VV**2)
IF (RR.LT.0.01*R(J)) GO TO 51
IF (RR.LT.11.0*R(J)) GO TO 54
IF (RR.LT.11.0*R(I)) GO TO 54
GO TO 51
54 FW=F(I)-F(J)
CXC=COS(FW)
SXS=SIN(FW)
XX=UU
YY=VV
DO 59 KP=1,2
DO 59 KR=1,5
59 QQ(KR,KP)=0.0
DO 50 KS=1,10
RRRR=0.1*R(I)*FLOAT(2*KS-11)

```

```

UU=XX+RRRR=CXC
VV=YY+RRRR=SXS
CALL FUNDA
DO 50 KP=1,2
DO 50 KR=1,5
50 QQ(KR,KP)=QQ(KR,KP)+Q(KR,KP)
DO 53 KP=1,2
DO 53 KR=1,5
53 Q(KR,KP)=Q(KR,KP)+0.1
GO TO 57
51 CALL FUNDA
57 X=@(1,1)*G(JX,NM)+@((1,2)*G(JY,NM)
Y=@(2,1)*G(JX,NM)-@((2,2)*G(JY,NM)
XY=@(3,1)*G(JX,NM)+@((3,2)*G(JY,NM)
W=F(J)-F(I)
SW=SIN(W)
CW=COS(W)
SS=SW*SW
SSS=2.0*SW*CW
CC=CW*CW
CCC=2.0*CC-1.0
PT(I,1)=PT(I,1)+((X-Y)*SSS-2.0*XY*CCC)*R(I)
PT(I,2)=PT(I,2)+((X*SS+Y*CC-XY*SSS)*2.0)*R(I)
PD(I,1)=PD(I,1)+(@((4,1)*G(JX,NM)+@((4,2)*
L G(JY,NM))*CW-@((5,1)*G(JX,NM)+@((5,2)*
2 G(JY,NM))*SW)/TH
52 PD(I,2)=PD(I,2)+((@((4,1)*G(JX,NM)+@((4,2)*
L G(JY,NM))*SW+@((5,1)*G(JX,NM)+@((5,2)*
2 G(JY,NM))*CW)/TH
DO 56 I=LA,LB
UU=(SP(I,1)-AP(J,1))*CF-(SP(I,2)-AP(J,2))*SF
VV=- (SP(I,1)-AP(J,1))*SF+(SP(I,2)-AP(J,2))*CF
CALL FUNDA
X=@(1,1)*G(JX,NM)+@((1,2)*G(JY,NM)
Y=@(2,1)*G(JX,NM)+@((2,2)*G(JY,NM)
XY=@(3,1)*G(JX,NM)+@((3,2)*G(JY,NM)
SS=SF*SF
SSS=2.0*SF*CF
CC=CF*CF
CCC=2.0*CC-1.0
C(I,1)=C(I,1)+((X*CC+Y*SS+XY*SSS)/TH
C(I,2)=C(I,2)+((X*SS+Y*CC-XY*SSS)/TH
C(I,3)=C(I,3)+((X-Y)*SSS+XY*CCC)/TH
C(I,4)=C(I,4)+((@((4,1)*G(JX,NM)+@((4,2)*
L G(JY,NM))*CF-@((5,1)*G(JX,NM)+@((5,2)*
2 G(JY,NM))*SF)/TH
56 C(I,5)=C(I,5)+((@((4,1)*G(JX,NM)+@((4,2)*
L G(JY,NM))*SF-@((5,1)*G(JX,NM)+@((5,2)*
2 G(JY,NM))*CF)/TH

```

```

C ----- OUTPUT RESULT -----
WRITE (6,2060) NMOD
DO 60 I=1,ND
PD(I,1)=PD(I,1)/ENW
PD(I,2)=PD(I,2)/ENW
60 WRITE (6,2061) M(I),I,MM(I),MD(I),AP(I,1),
L AP(I,2),PT(I,1),PT(I,2),PD(I,1),PD(I,2)
WRITE (6,2062)
DO 61 I=1,N5
UU=(C(I,1)-C(I,2))*0.5
VV=C(I,3)
H3=SQR(UU**2+VV**2)
H1=(C(I,1)+C(I,2))*0.5+H3
H2=(C(I,1)-C(I,2))*0.5-H3
CALL ARCTAN
ANGLE=-FUV*90.0*Z1
C(I,4)=C(I,4)/ENW
C(I,5)=C(I,5)/ENW
61 WRITE (6,2063) I,SP(I,1),SP(I,2),H1,H2,H3,
L ANGLE,C(I,4),J=1,5)
2060 FORMAT (/// 'RESULT --- MODEL',I5, ' ---' //
L ' BOUNDARY ELEMENTS',I, ' M(I) NO. MM(I)',
2 ' ) MD(I) X',I5,'Y',I5,' TRACTIONS T',
3 ' ANGENTIAL-NORMAL DISPLACEMENTS TANGEN',
4 ' TIAL-NORMAL')
2061 FORMAT (1H,4I5,4F15.7,2E15.7)
2062 FORMAT (/// 'INNER POINTS',I, ' ANGLE IS THE ',
L ' DIRECTION OF THE PRINCIPAL STRESS: +MA',
2 ' XIMUM SHEARING STRESS ACTS ON THE PLANE',
3 ' FOR WHICH ANGLE=45 DEGREE',I, ' NO. ',
4 ' X',I5,'Y',I5,' PRINCIPAL STRESSES H1 ',
5 ' H2 H3 ANGLE STRESSES X Y XY',
6 ' ,I5X, ' DISPLACEMENTS X Y')
2063 FORMAT (1H, I5,2F10.5,3F11.4,F8.2,3F10.4,
L 2E14.6)
2099 FORMAT (/// 'NCR =',I5, ' ILL =',I5)
14 WRITE (6,2099) NCR,ILL
15 CONTINUE
18 STOP
END

```

```

SUBROUTINE FUNDA
COMMON M(240),R(240),Q(5,2),ZP,ZI,TH,EN,PR,LF
1  ,UU,VV,FUV,LBB
C
C ----- CALCULATE FUNDAMENTAL FIELD -----
DO 100 II=1,5
DO 100 JJ=1,2
100 Q(II,JJ)=0.0
RR=SQRT(UU**2+VV**2)
IF (RR.LT.0.0001) GO TO 115
SS=VV/RR
CC=UU/RR
115 IF (M(LF).NE.2) GO TO 120
AA=0.25*(PR-3.0)*(PR+1.0)+ZI/EN
BB=0.25*(PR+1.0)*(PR+1.0)+ZI/EN
IF (RR.LT.0.01*R(LF)) GO TO 110
A=0.25*(3.0+PR)*ZI
B=0.25*(1.0-PR)*ZI
SSS=SS*SS
CCC=CC*CC
IF (LBB.EQ.3) GO TO 151
Q(1,1)=-A*(A-B)+SSS*CC/RR
Q(2,1)=( B-(A-B)*SSS)*CC/RR
Q(3,1)=( A-(A-B)*SSS)*SS/RR
Q(1,2)=-A*(A-B)*CCC*SS/RR
Q(2,2)=-A*(A-B)*CCC*SS/RR
Q(3,2)=( A-(A-B)*CCC)*CC/RR
IF (LBB.EQ.0) RETURN
151 AAA=ALOG(RR)
Q(4,1)=AA+AAA+BB*CCC
Q(5,1)=BB+SS*CC
Q(4,2)=Q(5,1)
Q(5,2)=AA+AAA+BB*SSS
RETURN
110 Q(3,1)=-0.25/R(LF)
Q(1,2)=0.25*PR/R(LF)
Q(2,2)=0.25/R(LF)
Q(5,2)=AA*(ALOG(R(LF)))-1.0)
Q(4,1)=Q(5,2)+BB
RETURN
120 AA=-2.0*ZI/EN
BB=-4A*PR
IF (M(LF).EQ.0) GO TO 130
IF (RR.LT.0.01*R(LF)) GO TO 130
SSS=SS*SS
CCC=CC*CC
IF (LBB.EQ.3) GO TO 152
Q(1,1)=-2.0*ZI+CCC*CC/RR
Q(2,1)=-2.0*ZI+SSS*CC/RR
Q(3,1)= 2.0*ZI+SS*CCC/RR
Q(1,2)=-2.0*ZI+SS*CCC/RR
Q(2,2)=-2.0*ZI+SSS*SS/RR
Q(3,2)= 2.0*ZI+SSS*CC/RR
IF (LBB.EQ.0) RETURN
152 CALL ARCTAN
IF (FUV.GT.3.1415) FUV=-FUV
AAA=ALOG(RR)
Q(4,1)=AA+AAA-0.5*(AA-BB)*SSS
Q(5,1)=0.5*(AA-BB)*(FUV+0.5*ZP)-
1  0.5*(AA-BB)*SS*CC
Q(4,2)=-0.5*(AA+BB)*(FUV+0.5*ZP)-
1  0.5*(AA-BB)*SS*CC
Q(5,2)=AA+AAA+0.5*(AA-BB)*CCC
RETURN
130 IF (ABS(VV).GT.0.001*R(LF)) GO TO 140
IF (ABS(ABS(UU)-R(LF)).LT.0.01*R(LF))
1  GO TO 145
AAA=ALOG(ABS((UU+R(LF))/(UU-R(LF))))
IF (LBB.EQ.3) GO TO 153
Q(1,1)=-ZI+AAA/R(LF)
IF (ABS(UU).LT.R(LF)) Q(3,1)=-0.5/R(LF)
IF (ABS(UU).LT.R(LF)) Q(1,2)=0.5/R(LF)
Q(2,2)=Q(1,2)
IF (LBB.EQ.0) RETURN
153 BBB=(R(LF)-UU)*ALOG(ABS(R(LF)-UU))+
1  (R(LF)+UU)*ALOG(ABS(R(LF)+UU))
Q(4,1)=AA*(0.5+BBB/R(LF))-1.0)
Q(5,2)=Q(4,1)+0.5*(AA-BB)
Q(4,2)=-0.25*ZP+(AA+BB)*UU/R(LF)
IF (UU.LT.-R(LF)) Q(4,2)=0.25*ZP+(AA+BB)
IF (UU.GT.R(LF)) Q(4,2)=-0.25*ZP+(AA+BB)
Q(5,1)=-Q(4,2)
RETURN
145 VV=-0.01*R(LF)
140 UU=UU+R(LF)
CALL ARCTAN
FA=FUV
UU=UU-2.0*R(LF)
CALL ARCTAN
FB=FUV
UU=UU+R(LF)
FBA=FB-FA
SA=SIN(FA)
SB=SIN(FB)
SSS=SIN(2.0*FB)-SIN(2.0*FA)
CCC=COS(2.0*FB)-COS(2.0*FA)
AAA=ALOG(ABS(SB/SA))
IF (LBB.EQ.3) GO TO 154
Q(1,1)=ZI*(-AAA-0.25*CCC)/R(LF)
Q(2,1)=ZI*(0.25*CCC)/R(LF)
Q(3,1)=ZI*(0.5*FBA+0.25*SSS)/R(LF)

```

```

Q(1,2)=ZI*(-0.5*FBA-0.25*SSS)/R(LF)
Q(2,2)=ZI*(-0.5*FBA+0.25*SSS)/R(LF)
Q(3,2)=ZI*(-0.25*CCC)/R(LF)
IF (LBB.EQ.0) RETURN
154 ODD=COTAN(FB)+ALOG(ABS(SB/VV))-
1  COTAN(FA)+ALOG(ABS(SA/VV))
EEE=(FB+0.5*ZP)*COTAN(FB)-
1  (FA+0.5*ZP)*COTAN(FA)
TTT=COTAN(FB)-COTAN(FA)
Q(4,1)=0.5*VV/R(LF)*(AA+(ODD+TTT)+
1  0.5*(3.0+AA-BB)*FBA)
Q(5,2)=0.5*VV/R(LF)*(AA+ODD+0.5*(AA+BB)+
1  (TTT+FBA))
Q(4,2)=0.5*VV/R(LF)*(0.5*(AA+BB)+EEE-AA+AAA)
Q(5,1)=0.5*VV/R(LF)*(-0.5*(AA+BB)+EEE-BB+AAA)
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE ARCTAN
COMMON M(240),R(240),Q(5,2),ZP,ZI,TH,EN,PR,LF
1  ,UU,VV,FUV,LBB

```

```

C
C ----- CALCULATE DIRECTION -----
IF (UU.EQ.0.0) GO TO 200
FUV=ATAN(VV/UU)
IF (UU.GT.0.0) RETURN
FUV=FUV-ZP
IF (VV.LT.0.0) FUV=FUV-ZP*2.0
RETURN
200 FUV=ZP*0.5
IF (VV.LT.0.0) FUV=FUV-ZP
IF (VV.EQ.0.0) FUV=0.0
RETURN
END

```

界 AB と境界 CD の y 方向境界値をいずれも変位で入力することが可能であるが、境界 CD の y 方向変位を 0 とし、境界 AB の y 方向変位を所定の値として入力する場合の方が、剛体変位を含んだ値として入力する場合より精度が良い。

以上、解析モデルの設定にあたって配慮すべきことをまとめると次の諸点になる。

- 境界条件が大きく変化する境界、または幅の小さい領域をはさむ境界は、基本となる要素分割を細かく設定する。
- 同一ブロック内では同一座標の境界要素を設けない。
- いくつかのブロックが接合された解析モデルを設定することは、解析上有利である。
- 境界条件を変位で入力する場合は、剛体変位を含まない値として入力する。
- 隅部や境界近傍で領域内の解の精度を向上するには、隣り合った要素の長さの比が 1/2~2 である条件のもとに局部的に境界要素を細分割する。
- 領域内の解を求める点を境界上に選ぶときは、境界要素の midpoint にあるようにするのが望ましい。
- 隅部、および自由境界とそうでない境界の隣接部は、領域内部の計算結果から外挿して求めると精度が改善される。

6. むすび

報告した境界要素法プログラムは、二次元線形弾性問題の経済的な解法を提供するものである。境界積分方程式でなく、重ね合せの原理に基づいている。任意の条件で与えられた境界値問題を解くことが可能で、多数の境

界要素を設定したモデルの場合でも既往の解法より経済的な解が得られる。

<文献>

- 1) 平居孝之：重ね合せによる二次元弾性問題の解法に関する考察，日本建築学会論文報告集，No. 311，昭和57年1月，pp. 1~10
- 2) 平居孝之：二次元弾性問題を対象とした境界要素法における間接法と直接法について，日法建築学会論文報告集，No. 320，昭和57年10月（掲載予定）
- 3) 西谷弘信：電子計算機による二次元応力問題の解法，日本機械学会誌，第70巻，第580号，昭和42年5月，

pp. 627~635

- 4) 石田 誠：破壊力学と材料強度講座2，き裂の弾性解析と応力拡大係数，培風館，1976，pp. 103~116
- 5) C. A. プレビア，S. ウォーカー共著．神谷紀生，田中正雄，田中喜久昭 共訳：境界要素法の基礎と応用，培風館，1981
- 6) C. A. プレビア著，神谷紀生．田中正隆，田中喜久昭 共訳：境界要素法入門，培風館，1980
- 7) 鷲津久一郎，田中正隆，田中喜久昭：境界要素法—基礎と応用，培風館，1982，pp. 75~78
- 8) 文献4) p. 104

SYNOPSIS

UDC : 624.04 : 539.3 : 691

BOUNDARY ELEMENT METHOD PROGRAM FOR ELASTIC ANALYSIS

by Dr. **KOICHI KISHITANI**, Professor of Tkyo Univ., Dr. **TAKAY UKI HIRAI**, Associate Professor of Oita Univ., and **KIYOSHI MURAKAMI**, Graduate Student of Tokyo Univ.,
Members of A. J. J.

A boundary element method program for two dimensional elastic analysis is presented. The method is based on the principle of super-position and belongs to the category of former methods such element-method. Some analytical formulas, which have reported in the previous paper in this transaction, are adopted to compose the program proffering more polished method than former ones. Problems are to be simulated by some models with straight segment. Boundary conditions are given by mean values on each boundary element of straight segment. Economical solutions with reasonable accuracy are calculated on simulation models having a sufficient number of boundary elements. The program is useful to solve arbitrary shaped two dimensional elasticity problems, which are composed of several portions of different materials.