2364

日本建築学会大会学術講演梗概集
（九　州）昭和 56 年 9 月

基本解の重ね合せによる二次元弾性問題の解法の検討

正会員　平居孝之

1 序

二次元弾性問題は、基本解を重ね合せて境界条件を再現することにより近似的に解くことが出来る。解法の基本原理は Ch. Massonnet により示され[1] 計算機の発達に伴い汎用性のある解法の開発に関する研究が報告されている。半無限板法[2] 境界応力弛緩法[3] 周辺積分有限要素法[4] などである。ここでは、基本解として従来用いられてきた応力場のほかに二三の変位場を組み合せ、異種部分が接合された場合の仮想境界を含めた境界条件の再現を多元連立１次方程式によって行うことにより、任意形状をした二次元弾性問題に適用出来る解析プログラムを作成し、例題を解いて解法の有用性を検討した。

2 基本解の拡張

基本解として、すでに報告されている無限平板に集中力が作用したときの応力場と変位場[4]、半無限平板の無限縁の１点に集中荷重が作用したときおよび無限縁の一部に等分布荷重が作用したときの応力場[1,3] に加えて、半無限平板の無限縁の１点に集中荷重が作用したときおよび無限縁の一部に等分布荷重が作用したときの変位場を組み合せて用いた。図1のように座標をとると、実体が $\overrightarrow{AB}$ の右手にあるとして、

集中荷重 P_X が作用したときの変位場は

$$\delta_X=\left\{\alpha\cdot\ln r+\frac{\alpha-\beta}{2}\cdot\sin^2\theta\right\}\cdot P_X$$

$$\delta_Y=\left\{\frac{\alpha+\beta}{2}\left(\theta+\frac{\pi}{2}\right)-\frac{\alpha-\beta}{2}\sin\theta\cdot\cos\theta\right\}P_X \quad (-\pi\leqq\theta\leqq 0)$$

等分布荷重 $P_X/2t$ が作用したときの変位場は

$$Y\neq 0,\quad \delta_X=\left\{\frac{\alpha}{2t}\int_{-t}^{t}\ln\sqrt{(s-x)^2+Y^2}\,ds+\frac{\alpha-\beta}{4t}(\theta_b-\theta_a)\cdot Y\right\}\cdot P_X$$

$$\delta_Y=\left\{\frac{\alpha+\beta}{4t}\int_{-t}^{t}\left(\theta+\frac{\pi}{2}\right)ds-\frac{\alpha-\beta}{4t}\ln\left|\frac{\sin\theta_b}{\sin\theta_a}\right|\cdot Y\right\}\cdot P_X$$

$$Y=0,\quad \delta_X=\frac{\alpha}{2t}\left\{(t-x)\ln|t-x|+(t+x)\ln|t+x|-2t\right\}\cdot P_X$$

$$\delta_Y=-\frac{\pi(\alpha+\beta)}{4}P_X\ (x<-t),\quad \frac{\pi(\alpha+\beta)}{4}\cdot\frac{x}{t}\cdot P_X\ (-t<x<t),\quad \frac{\pi(\alpha+\beta)}{4}\cdot P_X\ (t<x)$$

集中荷重 P_Y が作用したときの変位場は

$$\delta_X=\left\{\frac{-(\alpha+\beta)}{2}\left(\theta+\frac{\pi}{2}\right)-\frac{\alpha-\beta}{2}\cdot\sin\theta\cdot\cos\theta\right\}\cdot P_Y \quad (-\pi\leqq\theta\leqq 0)$$

$$\delta_Y=\left\{\alpha\cdot\ln r-\frac{\alpha-\beta}{2}\cdot\sin^2\theta\right\}P_Y$$

等分布荷重 $P_Y/2t$ が作用したときの変位場は

$$Y\neq 0,\quad \delta_X=\left\{\frac{-(\alpha+\beta)}{4t}\int_{-t}^{t}\left(\theta+\frac{\pi}{2}\right)ds-\frac{\alpha-\beta}{4t}\ln\left|\frac{\sin\theta_b}{\sin\theta_a}\right|\cdot Y\right\}\cdot P_Y$$

$$\delta_Y=\left\{\frac{\alpha}{2t}\int_{-t}^{t}\ln\sqrt{(s-x)^2+Y^2}\,ds-\frac{\alpha-\beta}{4t}(\theta_b-\theta_a)\cdot Y\right\}\cdot P_Y$$

$$Y=0,\quad \delta_X=\frac{\pi(\alpha+\beta)}{4}P_Y\ (x<-t),\quad -\frac{\pi(\alpha+\beta)}{4}\frac{x}{t}P_Y\ (-t<x<t),\quad -\frac{\pi(\alpha+\beta)}{4}\cdot P_Y\ (t<x)$$

$$\delta_Y=\frac{\alpha}{2t}\left\{(t-x)\ln|t-x|+(t+x)\ln|t+x|-2t\right\}\cdot P_Y$$

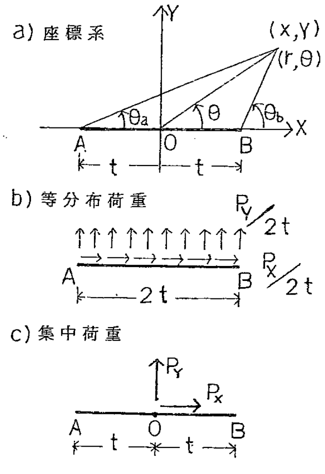


図 1

記号：

E：ヤング係数　ν：ポアソン比

$\alpha=\dfrac{-2}{\pi E}$　　$\beta=\dfrac{2\nu}{\pi E}$

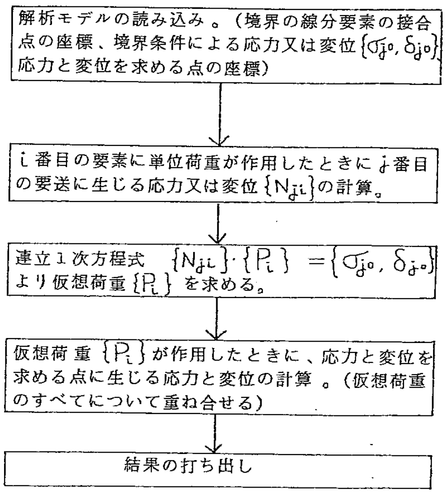
3 境界条件の再現

解析プログラムは表１に示すような構成をしており、問題の境界を線分の有限要素に分割し、各要素の中点において境界条件が満足されるものとした。異種部分が接合された場合は、接合された２つの要素の変位の適合と厚さを考慮した応力の釣り合いから境界条件が再現される。

4 例題

図２は、せん断荷重が作用した鉄筋コンクリートラーメン付壁板である。これを図３のように隅部を剛体とみなし、隅部と他の部分との境界に均一の変位を与えたモデルにより解いた結果が図４．５である。すでに報告されている解[5] との誤差を各数値に印を付けて表してある。端部における誤差は大きいが、全体において良い近似を示している。入力データは、境界上に連続して設けた線分要素の接合点の座標と境界条件が主であり、作成に要する時間は２時間程である。

表1 解析プログラムのフローチャート



5 結論

基本解を重ね合せて境界条件を再現するには、多元連立１次方程式を用いるのが有効であり、精度を向上するために境界に設ける要素を小さ

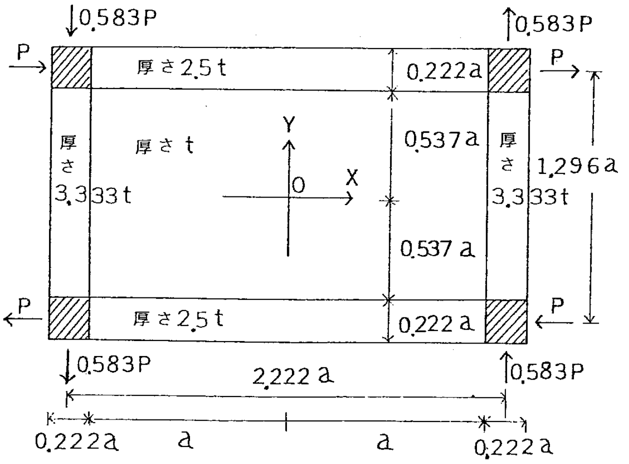


図 2　RCラーメン付壁板

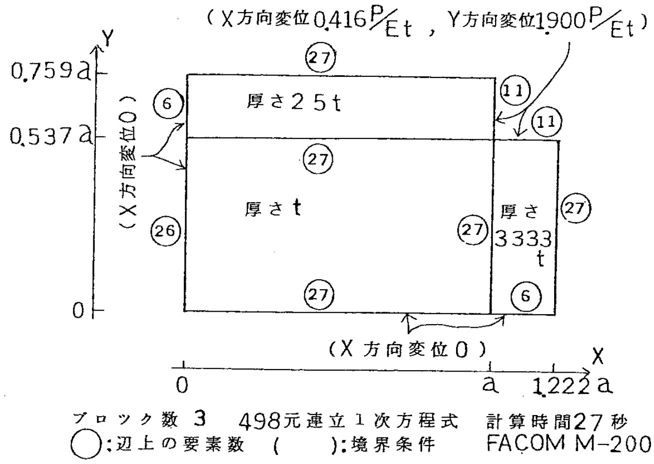


図 3　解析モデル

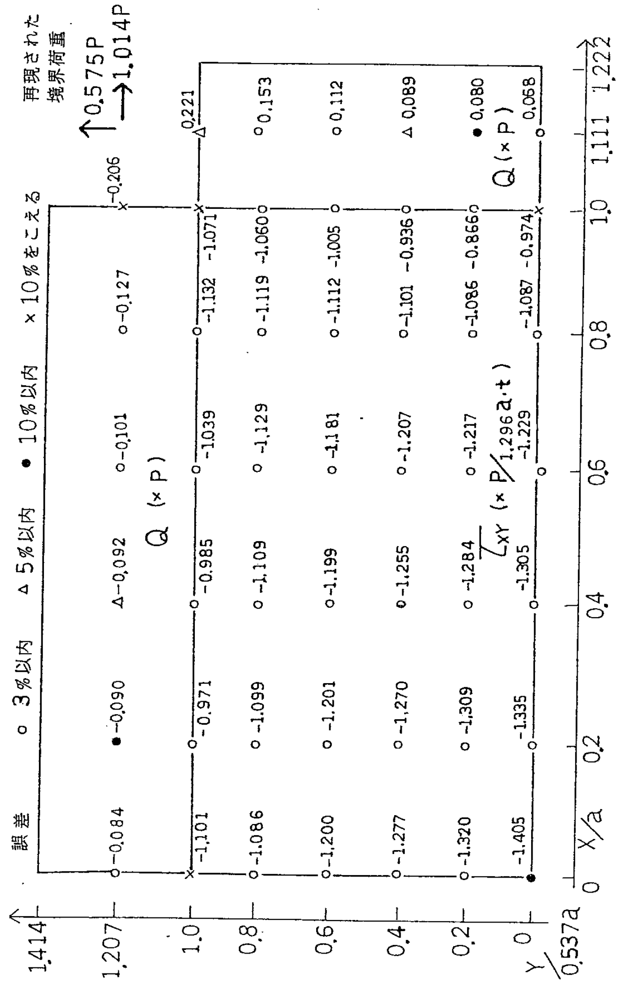


図4　壁板のせん断応力度とラーメンのせん断力

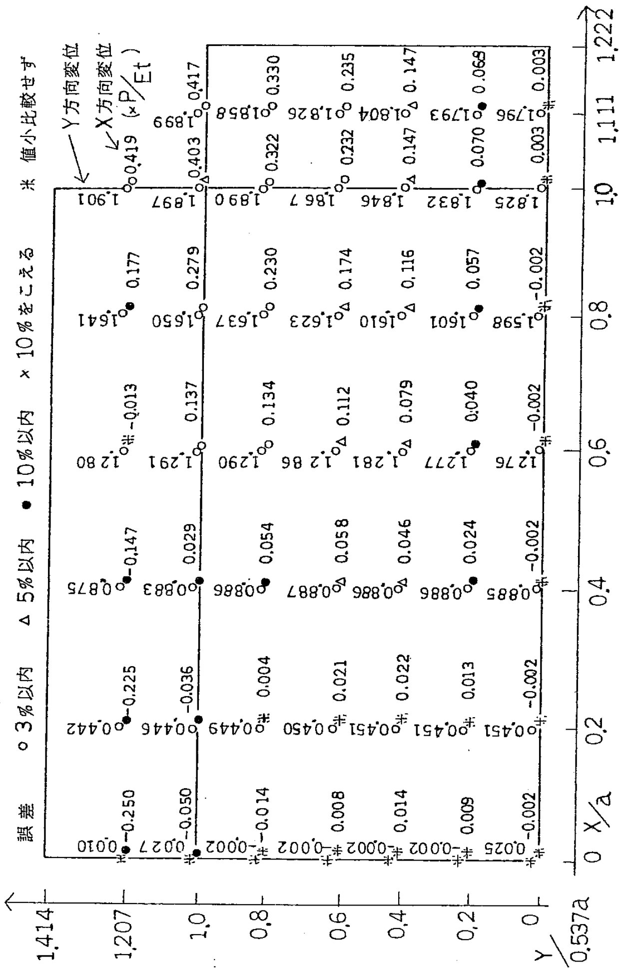


図 5　変位

くして元数が多くなる場合でも解を求めることが可能である。解の精度は境界をモデル化する要素の設定条件によって調節することが可能で、コーナー部分の精度の向上は未解決であるが、精度を3～5%に納めることが出来ると推察される。入力データの作成は容易であり、異種部分が接合された場合また境界条件が変位で与えられた場合を含めて、任意形状をした二次元弾性問題の解法として有用性があると考えられる。

(文献)　1) Ch. Massonnet, Hand book of Engineering Mechanics, 37-1～37-30, McGRAW-HILL 1962　2) 岸谷, 平居 日本建築学会論文報告集 No 224 昭49　3) 河村. 新宅. 江上. 日本建築学会大会学術講演梗概集 昭52　4) 蔦. 山地 日本機械学会論文集, A編. No412. 昭55.　5) 富井. 平石. 日本建築学会論文報告集 No 275　昭54

(大分大学 助教授 工博)