

# 半無限板法 (SEMI-INFINITE PLATE METHOD)による 割裂引張試験供試体内部応力度の弾性解析

正会員 岸谷孝一 同○ 平居孝之

**1 はじめに** コンクリートの引張強度を測定するため利用出来る各種の割裂引張試験方法について供試体内部応力度の解析と実験結果より検討を行った。供試体を二次元平面応力状態と、考え内部応力度の計算方法(半無限板法・後で説明)を考案し、応力函数あるいは有限要素法と比較して精度が良く計算が容易である事を調べた後この方法を用いて計算した各割裂引張試験供試体内部応力度と実験結果より、梁の折り曲げ片を利用した方法でも信頼出来る引張強度が測定出来ることが分った。

**2 他の方法との数値計算の比較** 図1に示す割裂引張試験のx軸・y軸上で軸に垂直方向の応力度を、半無限板法・応力函数・有限要素法により計算した値を図2,3,4に示す。これをみれば、半無限板法により十分誤差の小さい計算値が有限要素法による場合より容易に求められることが分る。

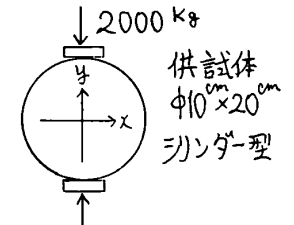
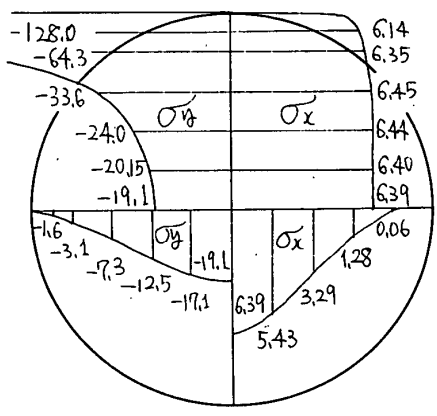
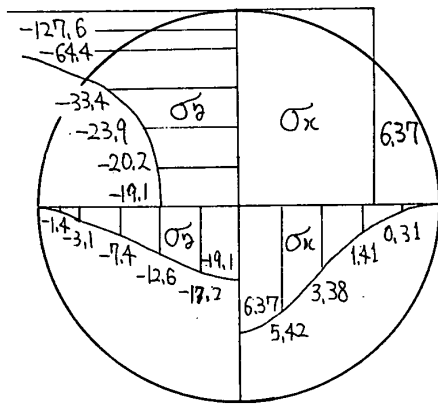


図1 数値計算比較例



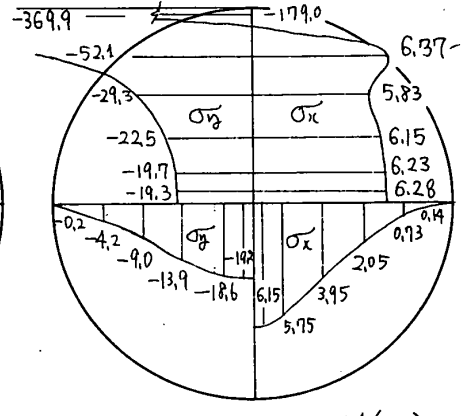
外線分割点 96 内部計算点 32  
プログラム 297行 データ 130行  
計算時間 20秒 (HITAC 8700/8800)

図2 半無限板法



厳密解

図3 応力函数



要素数161 節点数99 (1/4円)  
プログラム 322行 データ262行  
計算時間 38秒 (HITAC 8700/8800)

図4 有限要素法

**3 各割裂引張試験方法の検討** 試験方法として図5に示すA・B・C・D・Eの場合が考えられた。これらについて集中荷重及び微小・中等分布荷重によってx軸・y軸上に生じる応力度の半無限板法による計算値を図6~14に示す。等分布荷重の分布状態を変化させても計算値はほぼ同じであった。y軸上引張主応力度σxの平均値を引張強度係数として実際に測定した破壊荷重より引張強度を計算すると表15となる。これより次のことが分る。

- a. 引張主応力度はy軸上で最大でありこの面が生じる破壊は引張破壊であるが圧縮応力度も存在している。
  - b. y軸上の引張主応力度分布は A型及び分布荷重のC・D・E型(図2,10,12,13,14)が良い。
  - c. 実験結果では荷重治具に供試体せいと同等の内柱を用いたE型がA型に近似した引張強度となる。
- 以上の事より梁の折り曲げ片が使えるE型で供試体せいと同等の内柱を荷重治具とする方法を利用する事にした。

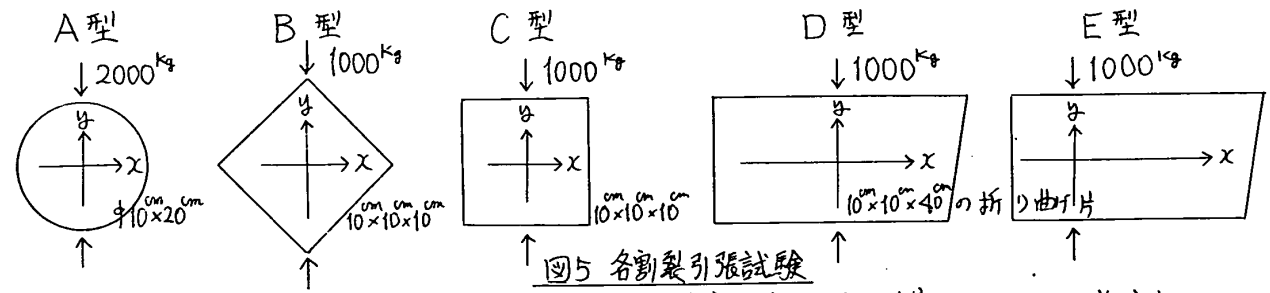
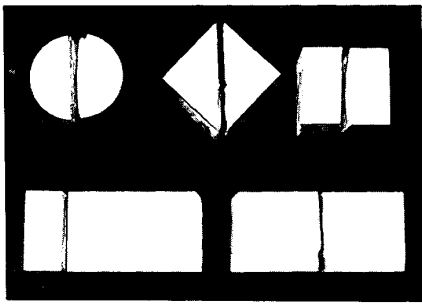


図5 各割裂引張試験

\* 東京大学教授 工博 \*\* 同大学院生



供試体割裂写真

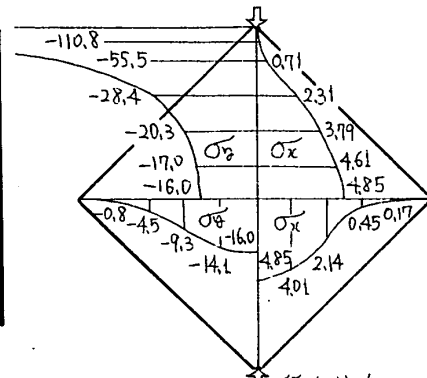


図6 B型 集中荷重

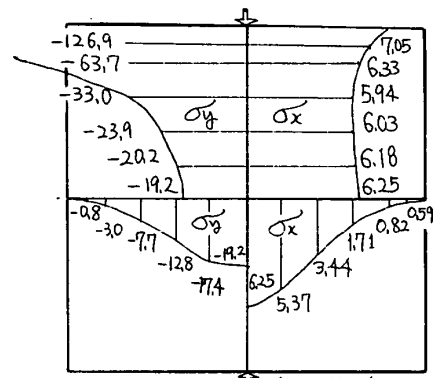


図7 C型 集中荷重

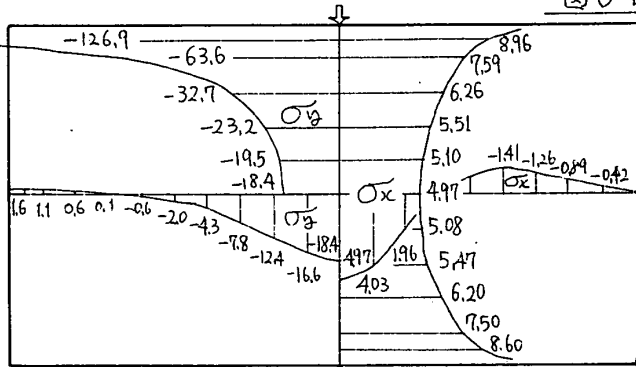


図8 D型 集中荷重

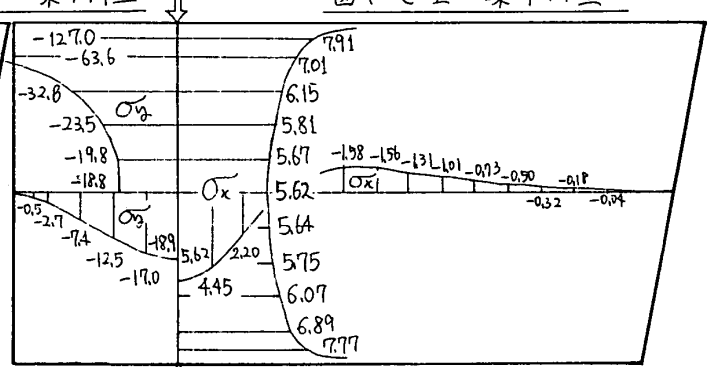


図9 E型 集中荷重

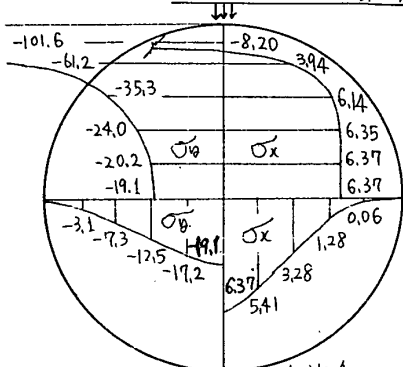


図10 A型 分布荷重

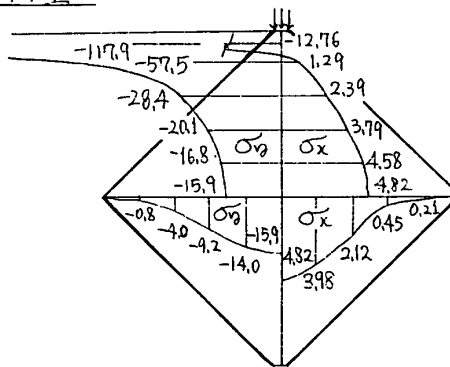


図11 B型 分布荷重

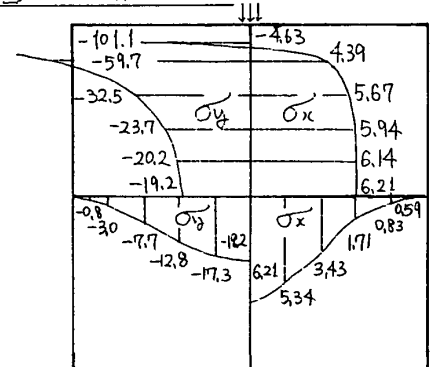


図12 C型 分布荷重

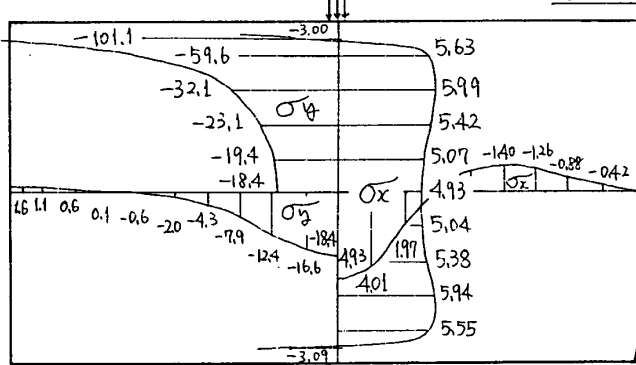


図13 D型 分布荷重

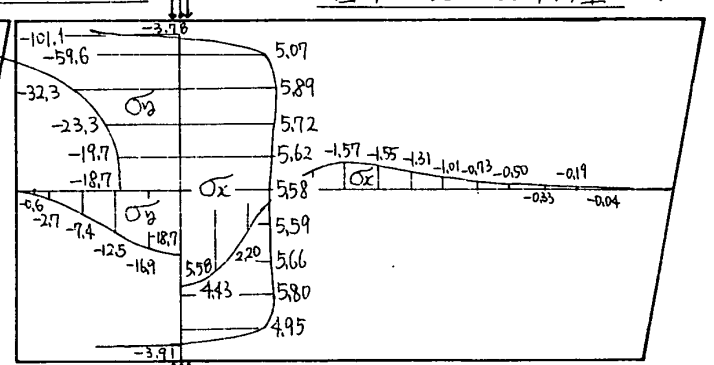


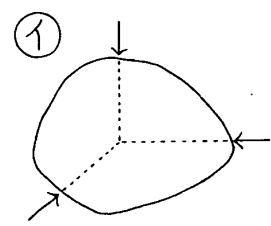
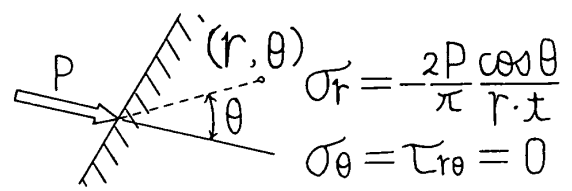
図14 E型 分布荷重

表15 引張強度

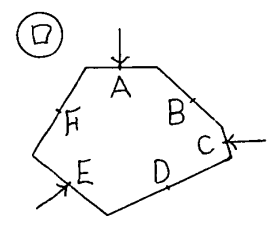
試験方法											
荷重器具	平板	L型鋼	φ6"角柱	φ7"角柱	φ8"角柱	φ9.5"角柱	φ30"内柱	φ30"内柱	φ30"内柱	φ100"内柱	φ100"内柱
引張強度係数	0.00592 P/σ	0.00337 P	0.00541 P	0.00541 P	0.00541 P	0.00541 P	0.00620 P	0.00642 P	0.00624 P	0.00538 P	0.00544 P
割裂破壊荷重	6036	2062	1900	1885	2960	4170	1522	1890	2264	2621	3305
引張強度	17.9	6.9	10.3	10.2	16.0	22.6	9.4	12.1	14.1	14.1	18.0
変動係数	10	12	32	14	20	11	51	22	25	27	11

4 半無限板法の説明

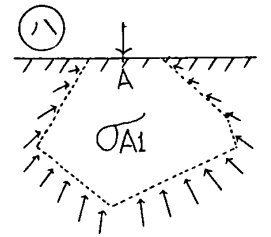
厚さ \$t\$ の弾性体半無限板の縁に集中力が作用した場合の内部応力度は右のように求めることが出来る。これを利用して凹でない外周を持つ弾性体平板に任意の外力が作用して均合している場合の内部応力度を計算する方法。



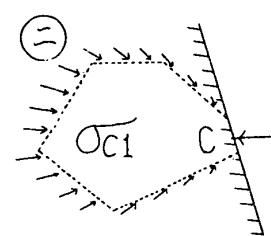
①に示す様な弾性体平板に外力が作用して均合している場合の応力度を計算するためにこれを②に示す多角形平板で近似させる。半無限板の縁上に点Aに作用している外力と同値の集中力が作用した時の半無限板内部応力度は、上に示す様に計算で求まりこれを \$\sigma\_{A1}\$ とする。この半無限板を③の様に②と同じ形状の多角形平板で点線の如く切り取り点線内の応力度が切り取られた後も変化しない様な仮想外力が縁上に作用していると考え。同じ事を④⑤⑥の様に外力の作用している他の点についても行いそれらを重ね合わせると、③に示すように②に仮想外力が作用した場合となりこのときの内部応力度は \$\sum\_{\alpha=A}^F \sigma\_{\alpha 1}\$ で計算される。この仮想外力を解除するため⑦の如く仮想外力を打消す外力を与える。この外力の縁に垂直方向成分の平均値を応力のフィルター \$\overline{\sigma\_{F1}}\$ とすると、⑧に示す外力は応力のフィルター \$\overline{\sigma\_{F1}}\$ とのこりの成分が作用している⑨の場合に分けられる。この⑨の場合を⑩の様に集中外力により近似させれば、これは外力の状態が変化しただけで②に示した計算開始の場合と同じであり計算を繰り返すことが出来る。この繰り返し計算により内部応力度は半無限板内部応力度 \$\sum \sigma\_{\alpha 1}\$ と応力のフィルター \$\overline{\sigma\_{F1}}\$ によって次式の様に累積されていく。



$$\left( \sum_{\alpha=A}^F \sigma_{\alpha 1} + \overline{\sigma_{F1}} \right) + \left( \sum \sigma_{\alpha 2} + \overline{\sigma_{F2}} \right) + \dots = \sum_{I=1}^n \left\{ \left( \sum_{\alpha=A}^F \sigma_{\alpha I} \right) + \overline{\sigma_{FI}} \right\} \quad \text{①}$$

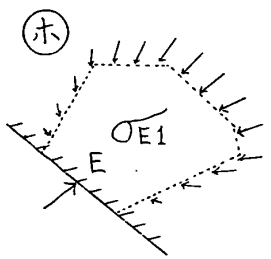


このとき外力は応力のフィルターにより繰り返しのたびに減少して0に近づくので内部応力度の計算値を真の値に近づけることが出来る。また仮想外力打消し計算を続けて数回行った後応力のフィルターをまとめて作用させる方が計算が早く出来る。すなわち

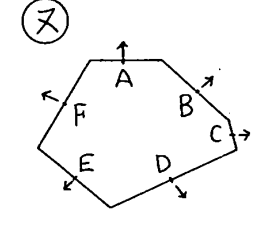
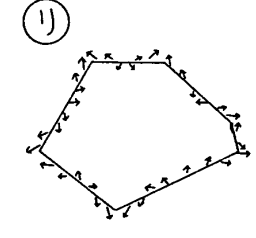
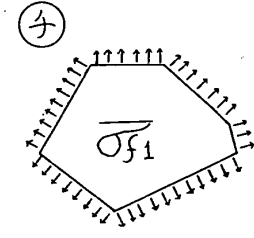
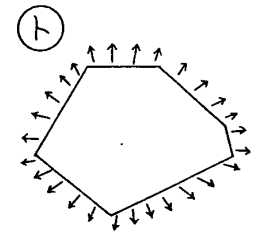
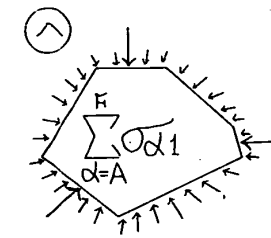


$$\sum_{J=1}^m \left\{ \left( \sum_{I=1}^l \sum_{\alpha=A}^F \sigma_{\alpha I} \right) + \overline{\sigma_{FJ}} \right\} \quad \text{②}$$

\$m \times l = n\$ とすれば①式と同じ計算結果が得られる。この半無限板法では、分布外力を置換える集中外力の作用点間隔と同じ距離以上その作用点より離れていない部分は大きな誤差を含むことに注意しなければならない。



有限要素法と比較すると、  
 ○入力データの方向が非常に少ない。  
 ○計算値の近似性が良い。  
 ○プログラムが簡単。  
 ○計算時間が短い場合が多い。  
 ○利用範囲が狭い(不静定のもの、凹なる外周をもつもの、平板と考えられないものは解けない)



計算過程の例として JIS セメントの物理試験方法の曲げ強度試験について、荷重 \$P = 100 \text{ kg}\$ として行った場合を示す。図17に仮想外力解除繰り返しによる供試体中央断面の \$x\$ 方向応力度の計算値変化を、図18に最終状態における仮想外力と内部応力度を表示する。この最終状態における計算値と Karman の解 (Theory of Elasticity by S.P. Timoshenko, J.N. Goodier) を用いた計算値を比較すると図16の様に良く一致している。\$x\$ 座標が左右の

支持点に近い計算点では $\sigma_x$ の値に差が出るが、これはKarmanの解が左右の支持点より供試体せい以内の部分で支持点の影響を含んでいないためと、また左右端部の条件のちがいによるものと考えられる。

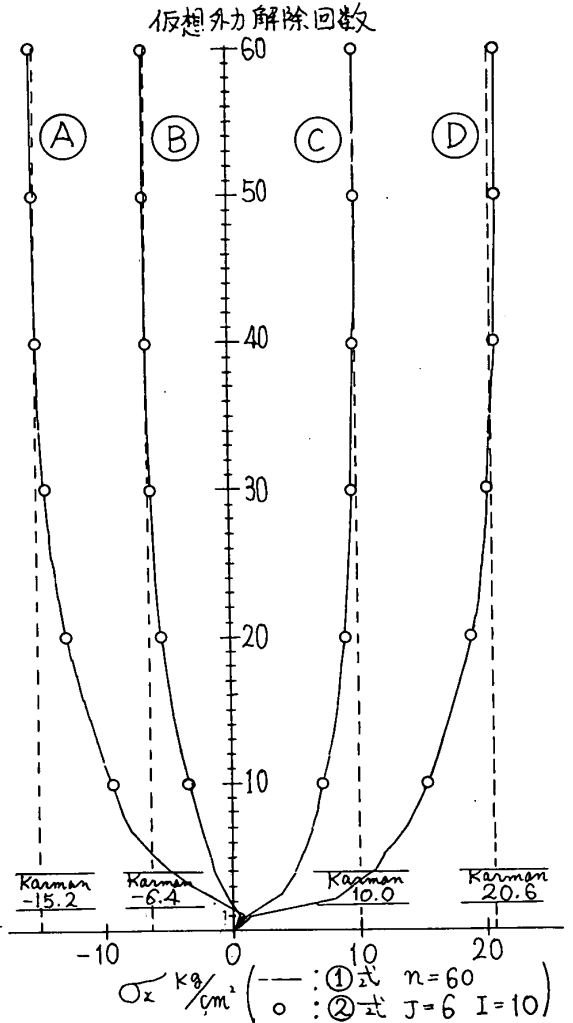
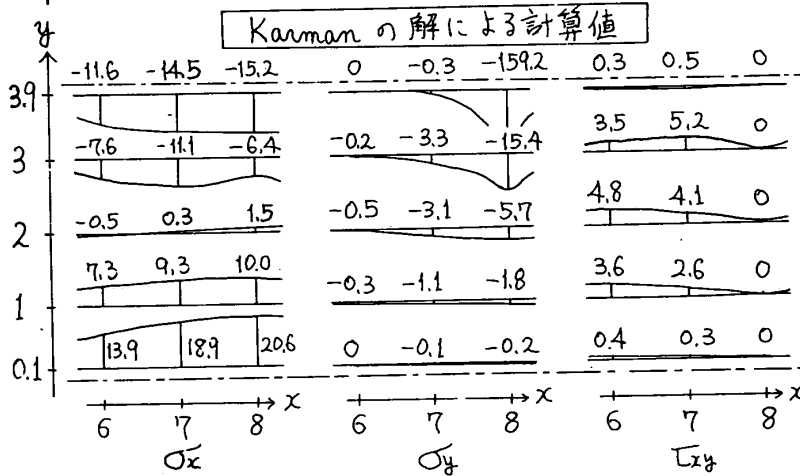
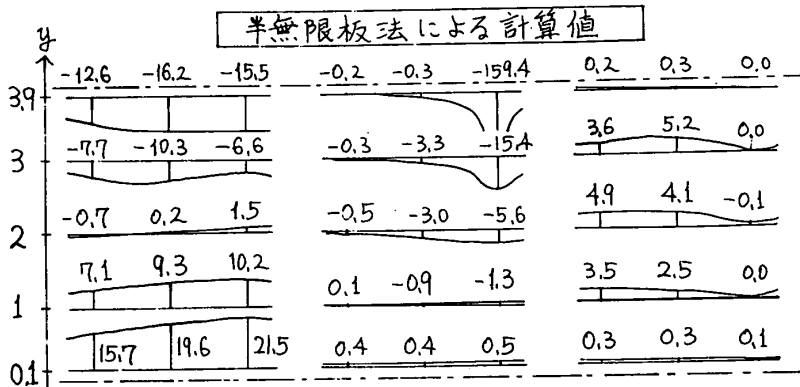
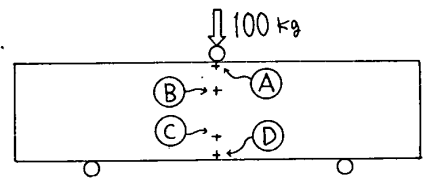
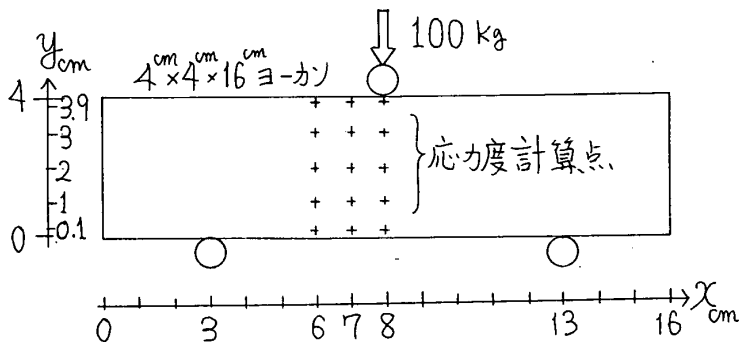


図16 計算値の比較

図17 計算値の変化

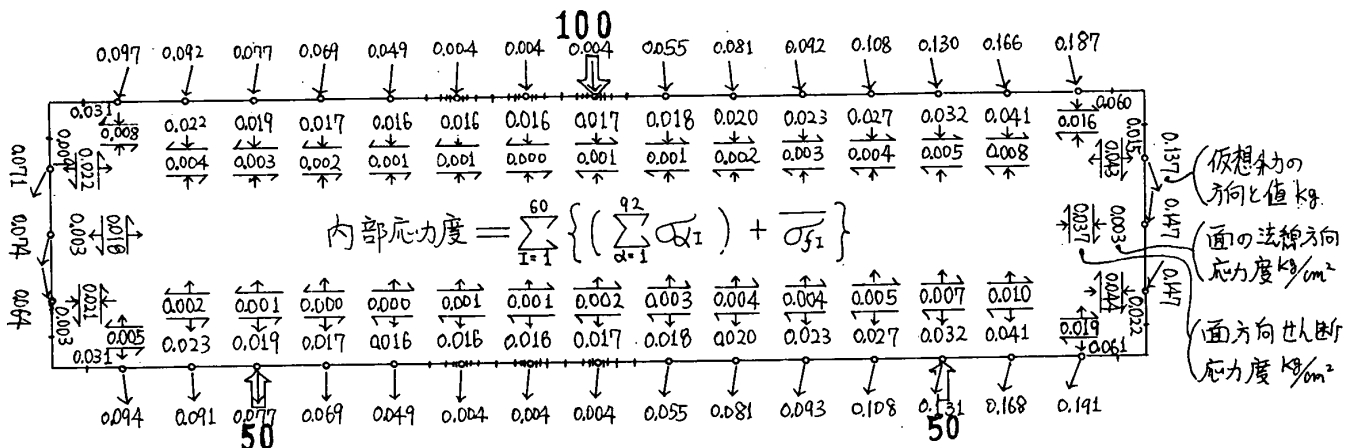


図18 最終状態