

せんい強化複合材料の降伏強度試算式

正会員 岸谷孝一<sup>※</sup> 同 〇平居孝之<sup>※\*</sup>

① はじめに

せんい質複合材料を建築材料として用いるには、強さを知る事が必要である。そこで強さの指標として降伏強度の試算を行い、以後 実際にはせんい質複合材料の破壊実験を行って検討する計画である。

② せんい強化複合材料の降伏

降伏の原因としては 次の4つの場合が考えられる。

- a. マトリックスが降伏する場合
- b. せんい状材料が破断する場合
- c. マトリックスとせんい状材料の界面が破壊する場合
- d. a,b,c.のいずれかが同時に起こる場合

ここで  $\epsilon_1$  = マトリックスの許容ひずみ  $\epsilon_2$  = せんい状材料の許容ひずみ  $\epsilon_3$  = 付着許容最大伝達力によるせんい状材料の許容ひずみ とすると a,b,c,d.の判別は次のようになる。

- a. ....  $\epsilon_1 < \epsilon_2$  かつ  $\epsilon_1 < \epsilon_3$
- b. ....  $\epsilon_1 > \epsilon_2$  かつ  $\epsilon_2 < \epsilon_3$
- c. ....  $\epsilon_1 < \epsilon_2$  かつ  $\epsilon_1 > \epsilon_3$  あるいは  $\epsilon_1 > \epsilon_2$  かつ  $\epsilon_2 > \epsilon_3$
- d. ....  $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$  に等号の成立するとき

$$\epsilon_1 = \delta \frac{\sigma_{mY}}{E_m} \quad \epsilon_2 = \frac{\sigma_{fmax}}{E_f} \quad \epsilon_3 = \frac{\lambda \tau d}{E_f d}$$

$E_f$ : せんい状材料の弾性率  $E_m$ : マトリックスの弾性率  $\sigma_{fmax}$ : せんい状材料の最大応力度  $\sigma_{mY}$ : マトリックスの降伏応力度  $d$ : せんい状材料の直径  $l$ : せんい状材料の長さ  $\delta$ : マトリックスの塑性性を考えて許容ひずみを降伏ひずみの  $\delta$  倍とした。  $\tau$ : 付着力

③ 降伏強度試算式

せんい強化複合材料 FRC ( fiber reinforced composite ) の強度は、マトリックスの負担荷重とせんい状材料の負担荷重を加えたものと考えられるので 次の式で求められる。

$$\text{降伏強度} = \sigma_{mY} A(1 - V_f) + n \overline{P}$$

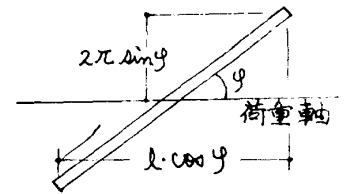
$$\text{降伏応力度} = \sigma_{mY} (1 - V_f) + \frac{n}{A} \overline{P}$$

A: F.R.C.の断面積  $V_f$ : F.R.C.中のせんい状材料の混入体積率  $n$ : F.R.C.の1つの断面中にあるせんい状材料の数  $\overline{P}$ : 1つのせんい状材料が負担している荷重の平均値

$n$ の計算

せんい状材料は直径  $d$  長さ  $l$  の円柱型で 方向は立体角に対し均等に分布してマトリックスに混入されていると考える。

せんい状材料と荷重軸のなす角を  $\theta$  とするとせんい状材料の荷重軸方向の長さの平均値  $\bar{l}$  は、



$$\bar{l} = \frac{\int_0^{\pi/2} (l \cdot \cos \theta) (2\pi d \sin \theta) d\theta}{\int_0^{\pi/2} 2\pi d \sin \theta d\theta} = \frac{1}{2} l$$

長さ  $L$  の F.R.C. 中のせんい状材料の数は  $A \bar{L} V_f / \frac{\pi}{4} d^2 l$  本であるから

$$n = \frac{A \cdot L \cdot V_f}{\frac{\pi}{4} \cdot d^2 l} \cdot \frac{1}{2} l = \frac{\lambda A V_f}{\pi d^2}$$

$\overline{P}$ の計算

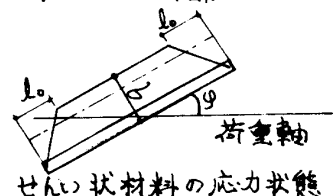
せんい状材料の負担荷重は 円柱型せんいの側面の付着力により伝達され 上面底面からの伝達は無いものとする。a. マトリックスが降伏する場合と b. せんい状材料が破断する場合 付着力は最大付着力以内の値を持つ事が可能であるが、せんい状材料の負担荷重は最大付着力  $\tau$  によって応力が伝達されせんい状材料の端部より直線的に負担荷重が増加するときが最も大きな値となり、このとき F.R.C. の降伏が起こると考えられる。

せんい状材料のせんい方向の荷重の平均を  $\overline{P}$  で表すと、 $\overline{P}$  の F.R.C. の荷重軸方向の力は  $\overline{P} \cos \theta$  同方向の長さは  $l \cdot \cos \theta$  であるから

$$\overline{P} = \frac{\int_0^{\pi/2} (\overline{P} \cos \theta) (l \cdot \cos \theta) d\theta}{\int_0^{\pi/2} l \cdot \cos \theta d\theta} = \frac{\pi}{4} \overline{P}$$

a. マトリックスが降伏する場合のPの計算

せんい状材料の最大荷重  
Pはマトリックスの許容ひずみと同じひずみまでせんい状材料がひずむ時現れる。



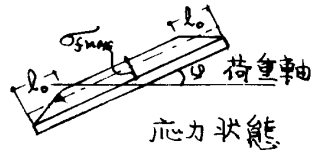
$$\frac{\tau \pi d l_0}{\frac{\pi}{4} d^2 E_s} = \delta \frac{\sigma_{mY}}{E_m} \text{ より } l_0 = \frac{\delta d \sigma_{mY} E_s}{4 \tau E_m}$$

$$P = \sigma \frac{\pi}{4} d^2 = \tau \pi d l_0 = \frac{\pi \delta d^2 \sigma_{mY} E_s}{4 E_m}$$

$$\bar{P} = P \left(1 - \frac{l_0}{l}\right) = \frac{\pi \delta d^2 \sigma_{mY} E_s}{4 E_m} \left(1 - \frac{\delta \sigma_{mY} E_s d}{4 \tau E_m l}\right)$$

b. せんい状材料が破断する場合のPの計算

せんい状材料の最大荷重Pは最大応力度  $\sigma_{smax}$  のとき現れる。



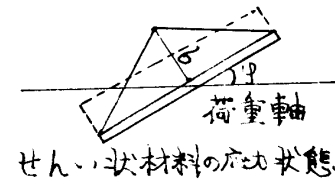
$$\frac{\tau \pi d l_0}{\frac{\pi}{4} d^2} = \sigma_{smax} \text{ より } l_0 = \frac{\sigma_{smax} d}{4 \tau}$$

$$\bar{P} = P \left(1 - \frac{l_0}{l}\right) = \frac{\pi d^2 \sigma_{smax}}{4} \left(1 - \frac{\sigma_{smax} d}{4 \tau l}\right)$$

c. 付着が破壊する場合のPの計算

$$\sigma = \frac{\tau \pi d \frac{l}{2}}{\frac{\pi}{4} d^2}$$

$$\bar{P} = \frac{1}{4} \pi d \tau l$$



4 結論

$l/d = ar$ で表して、aとcの場合の降伏応力度計算式を示す。dの場合はb,cの等号の時と同値である。

a.  $\frac{\sigma_{smax}}{E_s} > \delta \frac{\sigma_{mY}}{E_m}$  かつ  $ar > \frac{\delta \sigma_{mY} E_s}{2 \tau E_m}$  のとき  
マトリックスの降伏が原因でF.R.C.が降伏する。

$$\text{①降伏応力度} = \sigma_{mY} (1 - V_f) + \frac{\pi \delta \sigma_{mY} E_s}{8 E_m} V_f \left(1 - \frac{\delta \sigma_{mY} E_s l}{4 \tau E_m ar}\right)$$

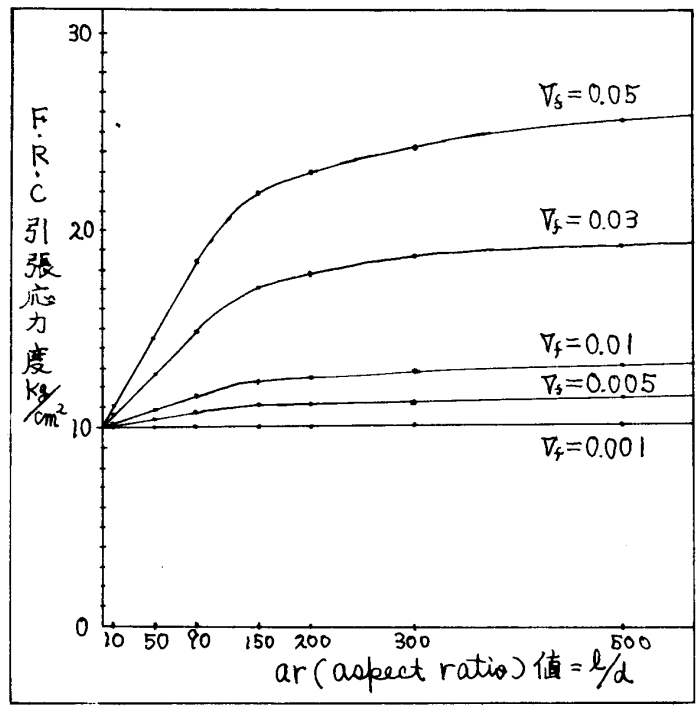
b.  $\frac{\sigma_{smax}}{E_s} \leq \delta \frac{\sigma_{mY}}{E_m}$  かつ  $ar > \frac{\sigma_{smax}}{2 \tau}$  のとき  
せんい状材料の破断が原因でF.R.C.が降伏する。

$$\text{②降伏応力度} = \sigma_{mY} (1 - V_f) + \frac{\pi \sigma_{smax}}{8} V_f \left(1 - \frac{\sigma_{smax}}{4 \tau} \frac{l}{ar}\right)$$

c.  $\frac{\sigma_{smax}}{E_s} > \delta \frac{\sigma_{mY}}{E_m}$  かつ  $ar \leq \frac{\delta \sigma_{mY} E_s}{2 \tau E_m}$  又は  $\frac{\sigma_{smax}}{E_s} \leq \delta \frac{\sigma_{mY}}{E_m}$  かつ  $ar \leq \frac{\sigma_{smax}}{2 \tau}$  のとき  
付着の破壊が原因でF.R.C.が降伏する。

$$\text{③降伏応力度} = \sigma_{mY} (1 - V_f) + \frac{\pi \tau}{8} V_f \cdot ar$$

現在石膏に各種せんいを入れて強度試験を行う計画であるので、石膏をマトリックスとしてガラスせんいを混入した複合材料の引張応力度について計算してみると、 $ar$ と $V_f$ の値により下のグラフの様になる。



計算式として ①③式より次式を用いた。  
 $ar \geq 90$  のとき  $10(1 - V_f) + 350 V_f \left(1 - \frac{45}{ar}\right)$   
 $ar > 90$  のとき  $10(1 - V_f) + 2.0 V_f \cdot ar$

5 おわりに

F.R.C.の断面で1つのせんいが受け持つマトリックスの断面積はdの2乗に比例して減少するので、マトリックスの入き量を上げる効果により $\sigma_{mY}$ の増加が想定される。工法の可能性からは $ar, V_f$ 値の範囲が限定される。これは以後の実験により検討することを計画している。

(\* 東京大学助教授・工博 \*\* 同大学院生)