

界面端部の近傍に生ずる残留応力について

—異種材料の界面接合部に生ずる残留応力について (第3報)—

寺崎俊夫, 秋山哲也, 瀬尾健二, 平居孝之

溶接学会論文集第8巻第4号別刷

平成2年11月

- 10) 溶接学会溶接冶金委員会編：溶接冶金レビュー(1978)
 11) 佐藤邦彦, 藤本二男：溶接変形・残留応力, 産報(1979)
 12) 向井喜彦, 村田雅人, 王静波：本会講概, 43 (1988), p 374
 13) 佐藤邦彦, 寺崎俊夫, 山下泰夫：本会誌, 48 (1979), p 504
 14) P. Rozenak, L. Zevin and D. Eliezer : J. Mat. Sci. 19 (1984), p 567

界面端部の近傍に生ずる残留応力について*

—異種材料の界面接合部に生ずる残留応力について (第 3 報)—

寺崎俊夫**, 秋山哲也**, 瀬尾健二***, 平居孝之****

Study of Residual Stress in the Vicinity of Edge on Bond Line*

—Residual Stress in Bonded Dissimilar Materials (Part 3)—

by Toshio Terasaki**, Tetsuya Akiyama**, Kenji Seo*** and Takayuki Hirai****

This paper deals with singularity of residual stress produced in edge-bonded rectangles of dissimilar materials using a theory of eigen value and numerical analysis of boundary element method. It was clear that the singularity of residual stress field is the same as that of mechanical field from connecting stress functions of Muskhelishvili with a theory of eigen function. The method of calculating the singularity of rectangles bonded by diffusion bonding was proposed by using similar law and numerical analysis. It was shown that the residual stress distribution of bonded dissimilar materials was more important than the singularity of those for investigating reasonable combination of materials or estimating a joint-strength of dissimilar materials.

Key Words: Residual stress, Dissimilar Materials, Singularity, Eigen value

1. 緒 言

著者らは第 1 報で残留応力を支配しているパラメータを明らかにし, 第 2 報で寸法および材料定数のパラメータが残留応力に及ぼす影響を示した^{1,2)}. しかし, 第 2 報では数値解析のみで残留応力を検討したため, 界面端部の近傍に生ずる残留応力の特性について明確な結論が得られなかった. 異材継手の残留応力についての最近の研究報告では, 残留応力は特異性を持つことが示されている³⁻⁵⁾. 特異項の大きさを示す係数 (き裂材ではこの係数のことを応力拡大係数と呼ぶため, 本報でも応力特異項の係数を応力拡大係数と呼ぶ) と界面端部近傍の残留応力の関係を検討することは異材継手の強度を検討する基礎資料となると思われる.

本報では矩形の物体 A と B を拡散接合した場合, すなわち, 異材継手の温度変化が位置の関数でない矩形板を 2 枚接合した場合を対象として, 界面端部の近傍に生ずる残留応力を弾性論と数値解析により検討し, 試験片寸法と材料定数が与えられれば, 界面端部近傍の残留応力が求められる方法を提案している.

2. 残留応力の特異性について

異材継手内部の温度変化が一様な場合には, 変位と応力は Muskhelishvili の複素応力関数 $\phi(z)$, $\psi(z)$ によ

り次式で示される⁶⁾.

変位は

$$2\mu(u+iv) = \{ \kappa\phi(z) - z\bar{\phi}'(z) - \bar{\psi}(z) + Cz \} e^{-i\theta} \quad \dots(1)$$

ただし, u, v : 極座標での r, θ 方向の変位

$z = x + iy = re^{i\theta}$: 複素数 λ, μ : ラーメの定数

$$\kappa = (\lambda + 3\mu)/(\lambda + \mu) \quad C = \mu(3\lambda + 2\mu)\alpha T / (\lambda + \mu)$$

α : 線膨張係数 T : 温度変化 (K)

応力は

$$\sigma_{\theta} + i\tau_{r,\theta} = \phi'(z) + \bar{\phi}'(z) + \{ z\bar{\phi}''(z) + \psi'(z) \} e^{2i\theta} \quad \dots(2-1)$$

$$-\sigma_r + i\tau_{r,\theta} = -\phi'(z) - \bar{\phi}'(z) + \{ z\bar{\phi}''(z) + \psi'(z) \} e^{2i\theta} \quad \dots(2-2)$$

となる.

極座標の原点を Fig. 1 に示すように, 特異点となる異材継手の界面端部にとって, 応力関数 $\phi(z)$, $\psi(z)$ を多項式で展開する^{6,7)}.

$$\phi(z) = az^l + \phi_0(z)$$

$$\psi(z) = bz^l + \psi_0(z)$$

ただし, $\phi_0(z) = \sum a_n z^n$, $\psi_0(z) = \sum b_n z^n$

n : 正の整数 l : 複素数, $0 < \text{Re}\{l\} < 1$

a, b, a_n, b_n : 複素定数

原点近傍の応力の特異性を調べる場合には, $z \rightarrow 0$ より, 特異項以外の項は特異項に比べて早く零になるため, 応力関数は次のようになる.

$$\phi(z) = az^l + \phi_0(z) \approx az^l \quad \dots(3-1)$$

$$\psi(z) = cz^l + \psi_0(z) \approx bz^l \quad \dots(3-2)$$

式(2)および(3)より, 特異応力項の次数は $-(1-l)$ と

*原稿受付 平成 2 年 2 月 2 日 平成元年 8 月溶接構造研究委員会
で発表

**正 員 九州工業大学 Member, Kyushu Institute of Technology

***正 員 姫路工業大学 Member, Himeji Institute of Technology

****非 会 員 大分大学 non-member, Ohita University

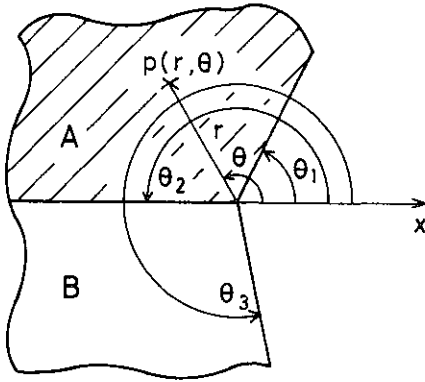


Fig. 1 Edge-bounded wedges and coordinates for analyzing singularity

る。式(3)を変位の式(1)に代入し、 z の一次項が特異項に比較して無視できることを用いて整理すると変位は次の関数で与えられることになる。

$$u = r^t f(\theta) \quad \dots\dots(4-1)$$

$$v = r^t g(\theta) \quad \dots\dots(4-2)$$

ただし、 $f(\theta)$ 、 $g(\theta)$ は角度 θ の関数
また、 z の一次項が特異項に比較して無視できるという事実は式(1)の温度項 C は特異項に寄与しないことを意味し、残留応力場と引張荷重等の外力が作用する応力場での特異項の次数は同じになることを意味している。式(4)を用いてひずみを求め、応力の釣合方程式を満足する条件を使用すると $f(\theta)$ 、 $g(\theta)$ は次式となる⁹⁾。

$$f(\theta) = m_1 \sin(t+1)\theta + m_2 \cos(t+1)\theta \\ m_3 \sin(t-1)\theta + m_4 \cos(t-1)\theta$$

$$g(\theta) = -m_2 \sin(t+1)\theta + m_1 \cos(t+1)\theta \\ -(\lambda + \kappa)/(\lambda - \kappa) \cdot m_4 \sin(t-1)\theta \\ +(\lambda + \kappa)/(\lambda - \kappa) \cdot m_3 \cos(t-1)\theta$$

ただし、 m_1 、 m_2 、 m_3 、 m_4 ：複素定数
Fig. 1の力学の境界条件は次の8つである。

- (1) 物体Aの自由面 $\theta = \theta_1$ で面に垂直な応力とせん断応力が零となる。
- (2) 物体Bの自由面 $\theta = \theta_3$ で面に垂直な応力とせん断応力と零となる。
- (3) 物体AとBの境界面 $\theta = \theta_2$ で、AとB物体の界面に垂直な応力とせん断応力がそれぞれ等しく、しかも、変位 u と v が連続である。

以上の境界条件を満足する固有値 t が求められると残留応力の特異項の次数 $-(1-t)$ が得られる⁹⁾。

矩形の物体AとBを拡散接合する場合には、 $\theta_1 = \pi/2$ 、 $\theta_3 = 3\pi/2$ となり、固有値 t は実数となる。平面ひずみ状態の場合についてヤング率の比 E^B/E^A 、ポアソン比 ν^A 、 ν^B と固有値の関係の一例をFig. 2に示す。縦軸は応力の特異項の次数に関連した $(1-t)$ である。

温度が一樣に変化して生じる残留応力の場合には、応力関数の z の一次項も界面端部の近傍で応力 σ_0 を生じる¹⁰⁾。矩形の物体AとBの異材継手では

$$\sigma_y = \sigma_0 = (C^B/\mu^B - C^A/\mu^A) / \{ (r^A - 3) / \mu^A \\ - (r^B - 3) / \mu^B \} \quad \dots\dots(5)$$

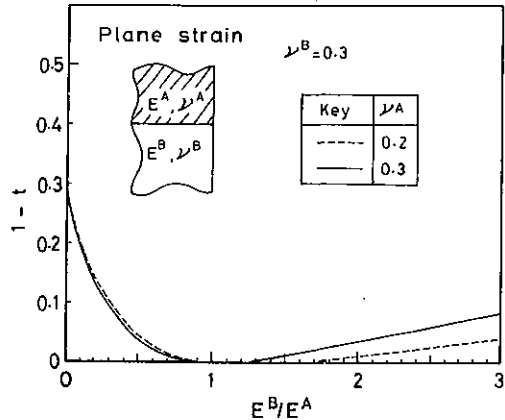


Fig. 2 Dependence of eigen value, t , on E^B/E^A and ν^A, ν^B

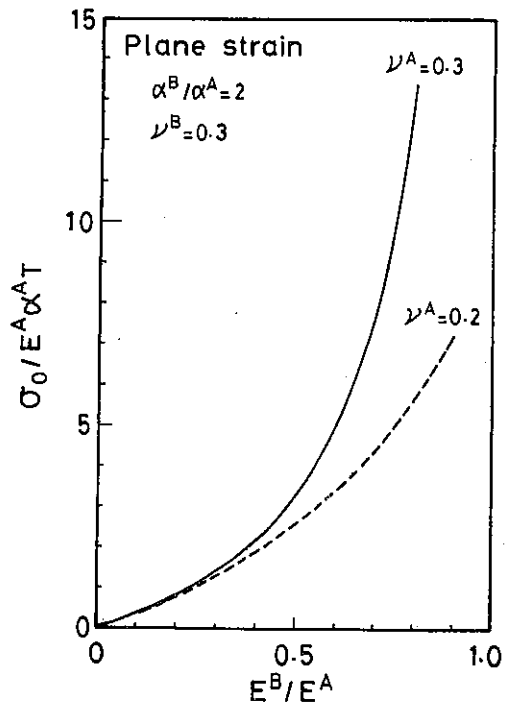


Fig. 3 Constant term of residual stresses in two materially dissimilar orthogonal wedges

$$\sigma_x = \tau_{xy} = 0$$

ただし、上付き記号 A, B で材料AとBを表す。となる。

Fig. 3にヤング率の比 E^B/E^A 、ポアソン比 ν^A 、 ν^B と σ_0 の関係の一例を示す。縦軸は式(5)の応力 σ_0 を $E^A \alpha^A T$ で無次元化している¹⁾。

以上より界面端部近傍の残留応力は次式で与えられる。

$$\sigma_y = D_1 / r^{1-t} \cdot F(t, \theta) + \sigma_0 \quad \dots\dots(6-1)$$

$$\tau_{xy} = D_2 / r^{1-t} \cdot H(t, \theta) \quad \dots\dots(6-2)$$

そして、界面上では $\theta=0$ より、次式となる。

$$\sigma_y = K_I / r^{1-t} + \sigma_0 \quad \dots\dots(7-1)$$

$$\tau_{xy} = K_{II} / r^{1-t} \quad \dots\dots(7-2)$$

ただし、 $K_I = D_1 \cdot F(t, \theta=0)$,

$$K_{II} = D_2 \cdot H(t, \theta=0)$$

以後、 K_I, K_{II} を応力拡大係数と呼ぶ

3. 残留応力の計算方法

著者らは第 2 報において、界面接合の残留応力を境界要素法のプログラムで計算したが、第 2 章で得られた応力の特異性を確認できなかった。この理由として、用いた要素長の最小長さが 0.1 mm であったが、特異応力を検討するにはもっと小さな要素長 (例えば 0.001 mm) が必要とされることが考えられる⁹⁾。一方、最小要素長 l_{min} と最大要素長 l_{max} の比が大きくなると、要素剛性マトリックスから得られる全体剛性マトリックスの各項の大きさに大きな差が生じること、数値積分により生じる誤差の影響が大きくなることのため、コンピュータのように有限の有効数字しか記憶できない場合には連立方程式の解法過程において誤差が生じる。著者のプログラムを使用して数値解析した結果、誤差に及ぼす要素長比 l_{max}/l_{min} の影響は Table 1 となった。

Fig. 4 に示すように温度 0(K) で物体 A と物体 B を接合して温度上昇 $T(K)$ を与えた場合を対象として、数値計算を平面ひずみ条件で行った。物体 A と B を同一材

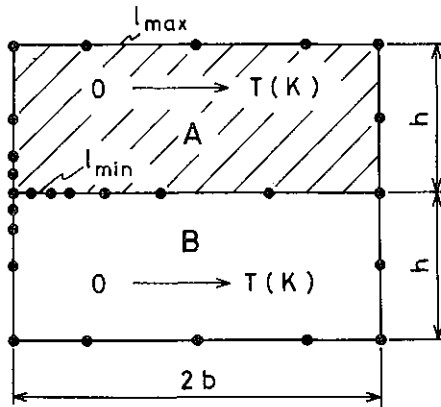


Fig. 4 Element mesh used for investigating errors produced from the difference between maximum and minimum element lengths

Table 1 Relation between errors produced in author's program and the ratio of maximum and minimum lengths of element

l_{max}/l_{min}	$\sigma/E^4 \alpha^4 T$
40	8.7×10^{-3}
60	18.8×10^{-3}
120	81×10^{-3}
200	200×10^{-3}

l_{max} : maximum length of element
 l_{min} : minimum length of element

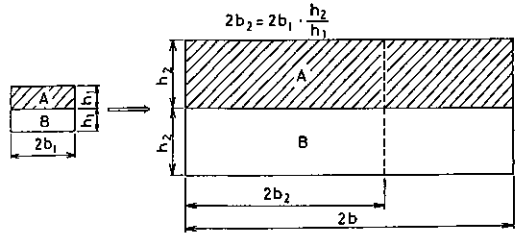


Fig. 5 Similar law connecting small size specimen with large one

料とした場合には、同じ温度上昇 T で接合するとき発生する熱応力 (本報でも第 2 報と同様に残留応力と呼ぶ) は零である。しかし、A と B を同一材料として数値解析した結果である Table 1 より分かるように残留応力が生じている。この残留応力は角点を構成する要素でしかも最小要素に生じていた。 $l_{max}/l_{min}=200$ では $0.2 E^4 \alpha^4 T$ も誤差が生じた。本報では誤差の少ない要素長比 $l_{max}/l_{min}=40$ 、最小要素長 0.0005 mm で以後の計算を行った。

最小要素長 0.0005 mm で要素長比 40 倍で、実物の拡散接合継手を数値解析する場合には膨大な要素数となり、スーパーコンピュータ等を使用しなければならない。そこで、Fig. 4 の板厚 h に比較して板幅 $2b$ が十分に大きい場合を対象にして、実物の残留応力を計算する方法を示す。Fig. 5 に示すように板厚 h_1 、板幅 $2b_1$ の継手 (小試験片) と板厚 h_2 、板幅 $2b$ ($\gg h_2$ とする) (実物とする) の継手を考える。図中に示すように板厚 h_2 、板幅 $2b_2 (= 2b_1 \cdot h_2/h_1)$ の相似な継手が実物から切り出せる。小試験片において界面端部の近傍に発生する残留応力分布に板幅 $2b_1$ が影響しない条件で、応力拡大係数を数値解析で求めておけば、式(7)と相似則¹⁾より、実物での界面端部の近傍の残留応力分布は次式で与えられる。

$$\sigma_y = K_I / (r h_1 / h_2)^{1-t} + \sigma_0 \quad \dots\dots(8-1)$$

$$\tau_{xy} = K_{II} / (r h_1 / h_2)^{1-t} \quad \dots\dots(8-2)$$

ただし、 K_I, K_{II} : 試験片の寸法が板厚 h_1 、板幅 $2b_1$ での応力拡大係数

実物の寸法が、板厚と板幅が同じ程度の大きさの場合など、上記の条件と異なる場合には相似則を考慮して、計算モデルを考えると数値解析が普通のコンピュータで計算できる。

Fig. 6 に界面端部近傍の界面上の応力分布に及ぼす板幅 $2b$ の影響を示す。板厚 0.05 mm、材料定数 $E^B/E^A = 1/3$ 、 $\alpha^B/\alpha^A = 2$ 、 $\nu^A = \nu^B = 0.3$ で平面ひずみ条件で計算を行った。 $b/h \geq 1.5$ の条件で板幅は応力分布に影響を与えていない。この結果は前報²⁾での結果「 $b/h \geq 1$ の条件で板幅は応力分布に影響を与えなかった」と異なる。前報では材料定数 $E^B/E^A = 0.5$ 、 $\alpha^B/\alpha^A = 2.4$ 、 $\nu^A = 0.2$ 、 $\nu^B = 0.3$ 、平面応力条件で計算された。そこで、板幅が界面端部近傍の残留応力分布に影響を与えない b/h の値に及ぼす材料定数の影響を検討した。Fig. 7 に応力拡大係数に及ぼす板幅の影響を示す。応力拡大係数は界面端部から 2 つ目の要素に生じている $r = 0.00075$ mm での応力 σ_y, τ_{xy} と式(7)を結び付けて計算した。図より応力拡大係数が一定になる b/h の値は α^B/α^A の

値およびポアソン比の影響をあまり受けず、ヤング率の比 E^B/E^A の値により変化することが分かる。すなわち、 $E^B/E^A=0.5$ で $b/h \geq 1$, $E^B/E^A=1/3$ で $b/h \geq 1.5$, $E^B/E^A=0.1$ で $b/h \geq 2$ で板幅は界面端部近傍の残留応力分布に影響を与えなかった。

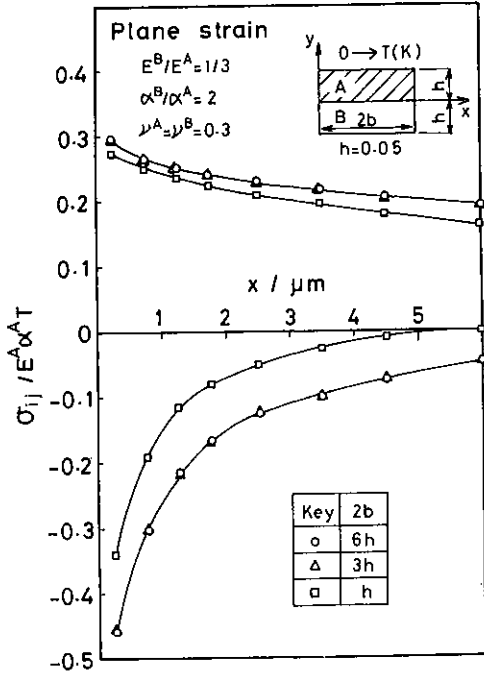


Fig. 6 Effect of plate width on residual stress

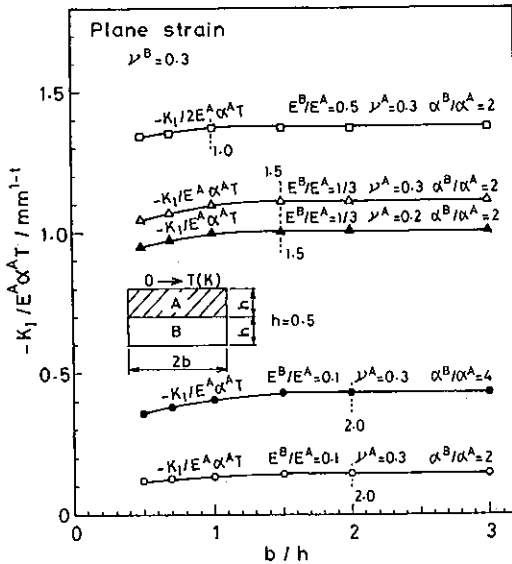


Fig. 7 Effect of plate width on stress intensity factor in case of changing E^B/E^A , α^B/α^A and ν^A , ν^B

4. 界面端部近傍の残留応力

4.1 残留応力の主因子

界面端部近傍の残留応力に及ぼす材料定数の影響は式(7), (8)に示される応力拡大係数, 応力 σ_0 および特異項の次数に関係した t に及ぼす材料定数の影響を検討することにより明らかになる。

応力 σ_0 は基本因子 E^B/E^A , α^B/α^A , ν^A , ν^B の関数となり¹⁾, 平面ひずみの場合には式(5)より次式となる。

$$\sigma_0/E^A \alpha^A T = [E^B/E^A \{ (1 + \nu^B) \alpha^B / \alpha^A - (1 + \nu^A) \}] / \{ -\nu^A (1 + \nu^A) E^B/E^A + \nu^B (1 + \nu^B) \} \quad \dots (9)$$

Fig. 3 に E^B/E^A および ν^A が変化したときの $\sigma_0/E^A \alpha^A T$ の一例を示した。

応力が基本因子 E^B/E^A , α^B/α^A , ν^A , ν^B の関数である¹⁾ ことを考慮して式(8)を変形すると次式となる。

$$\sigma_y/E^A \alpha^A T = (K_{II}/E^A \alpha^A T) / (rh_1/h_2)^{1-t} + \sigma_0/E^A \alpha^A T \quad \dots (10-1)$$

$$\tau_{xy}/E^A \alpha^A T = (K_{II}/E^A \alpha^A T) / (rh_1/h_2)^{1-t} \quad \dots (10-2)$$

式(10)の左辺の応力および $\sigma_0/E^A \alpha^A T$ が基本因子 E^B/E^A , α^B/α^A , ν^A , ν^B の関数であるため, 定数 t が上記の基本因子の関数であれば応力拡大係数も基本因子の関数となる。残留応力場の定数 t は第2章より外力の応力場の定数 t と同じになるため, t の基本因子は E^B/E^A , ν^A , ν^B となる¹⁾ (Fig. 2 参照)。

Fig. 8 に板厚 $h=0.1$ mm で板幅が応力拡大係数に影響しない条件 $b/h=2$ で数値解析した応力拡大係数を示す。 ν^A は K_{II} にほとんど影響を与えていないが, K_I に

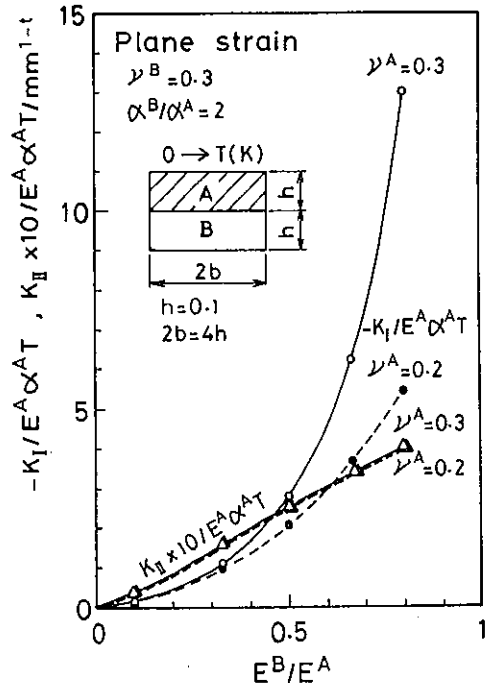


Fig. 8 Effect of E^B/E^A and ν^A on stress intensity factors

は $E^B/E^A > 0.4$ の範囲で大きな影響を与えている。Fig. 3, 8 ではポアソン比は ν_0 , K_I の大きさに影響を与えている。しかし、著者らは前報²⁾でポアソン比は残留応力分布にあまり影響を与えないと結論した。この原因を調べるために $E^B/E^A = 1/3, 0.8$ の条件でポアソン比を 0.2, 0.3 と変化させたときの残留応力分布を Fig. 9 に示す。Fig. 9 より残留応力分布は Fig. 3, 8 より予想されるほどにはポアソン比の影響を大きく受けてないことが分かる。また、多くの材料がポアソン比 0.3 から 0.25 の間にあること¹²⁾を考慮すれば、ポアソン比は残留応力分布にあまり影響を与えないと考えられる。

ポアソン比を同じと見なすと、 $\nu^A = \nu^B$ となり、式(9)は次式となる。

$$\sigma_0/E^A(\alpha^B - \alpha^A)T = (E^B/E^A) / \{\nu^A(1 - E^B/E^A)\} \quad (11)$$

また、残留応力は前報²⁾より、 $\nu^A = \nu^B$ のとき $\sigma/E^A(\alpha^B - \alpha^A)T$ で整理できる。従って、式(10)より、応力拡大係数も $K/E^A(\alpha^B - \alpha^A)T$ で整理できることになる。本報では多くの計算では $\alpha^B/\alpha^A = 2$ で計算しているため、応力の無次元量 $\sigma/E^A\alpha^A T$ と $\sigma/E^A(\alpha^B - \alpha^A)T$ の間には $E^A(\alpha^B - \alpha^A)T = E^A(2\alpha^A - \alpha^A)T = E^A\alpha^A T$ の関係がある。従って、Fig. 3, 6-9等の縦軸は $\sigma/E^A\alpha^A T$ から $\sigma/E^A(\alpha^B - \alpha^A)T$ と置き換えれば、縦軸の数値はそのまま使用できる。Fig. 7 の $E^B/E^A = 0.1, \nu^A = \nu^B = 0.3$ で $\alpha^B/\alpha^A = 2$ と 4 の計算結果である $K_I/E^A\alpha^A T$ において、 $\alpha^B/\alpha^A = 2$ のとき、 $E^A(\alpha^B - \alpha^A)T = E^A\alpha^A T$, $\alpha^B/\alpha^A = 4$ のとき、 $E^A(\alpha^B - \alpha^A)T = 3E^A\alpha^A T$ であることを考慮すれば、 $\alpha^B/\alpha^A = 4$ の計算結果である K_I を 1/3 にすれば、

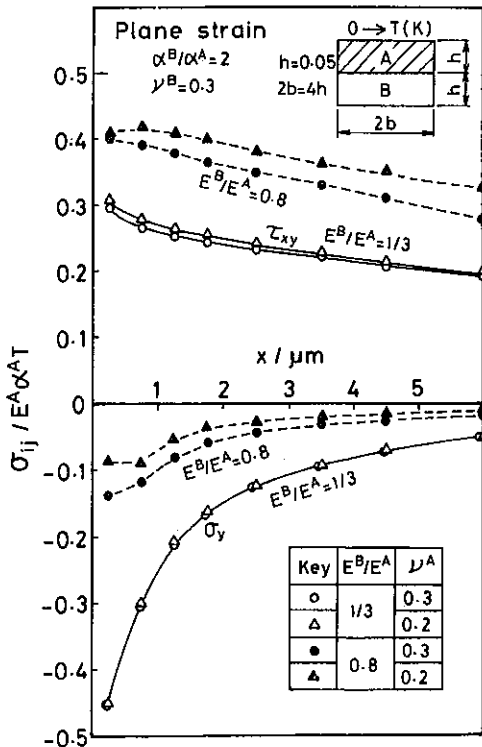


Fig. 9 Effect of Poisson's ratio on residual stress distribution

$\alpha^B/\alpha^A = 2$ の計算結果に完全に重なることになる。

ポアソン比が同じ場合には、線膨張係数のパラメータは α^B/α^A から $(\alpha^B - \alpha^A)$ に変更され、さらに残留応力を $\sigma/E^A(\alpha^B - \alpha^A)T$ で整理すれば、式(10)と上記の考察より、残留応力 $\sigma/E^A(\alpha^B - \alpha^A)T$ は材料定数 E^B/E^A と寸法比 h_2/h_1 の関数となる。また、特異項の定数 i に及ぼす E^B/E^A の影響は $0 \leq E^B/E^A < 1$ で検討して置けば、 $1 < E^B/E^A$ での i は E^B/E^A の逆数 E^A/E^B の値から求められる⁵⁾。

4.2 残留応力の特異性について

Fig. 10 の図中に示すように矩形の物体 A と B の接合界面端部に x, y 座標の原点を置く。Fig. 10(a) に x 軸上、すなわち、接合界面上の応力 $(\sigma_y - \sigma_0)$ を、Fig. 10(b) に y 軸上の応力 $(\sigma_x - \sigma_0)$ を示す。数値計算は材料定数 $E^B/E^A = 0.1, 0.8, \nu^A = 0.2, 0.3, \nu^B = 0.3, \alpha^B/\alpha^A = 2$, 寸法 $h = 0.05, b = 2h$ で平面ひずみ条件で行った。図中の $1-i$ の値は第 2 章の方法で求めた特異項の次数に関係している。プロット点は数値解析結果であ

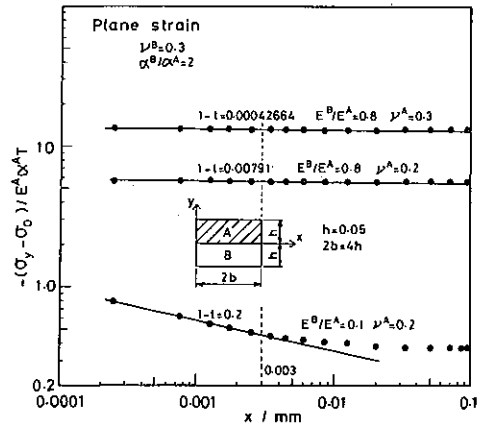


Fig. 10(a) Region controlled by singular term on x axis

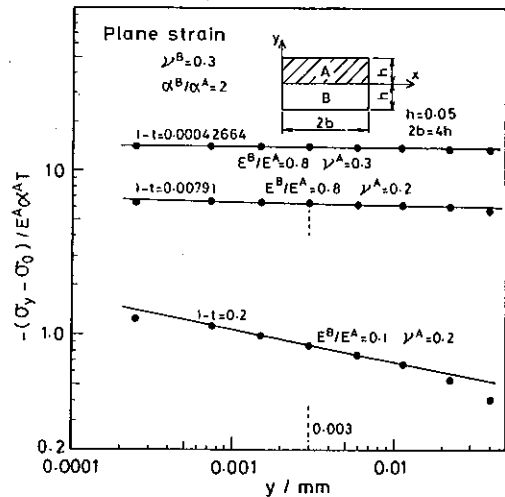


Fig. 10(b) Region controlled by singular term on y axis

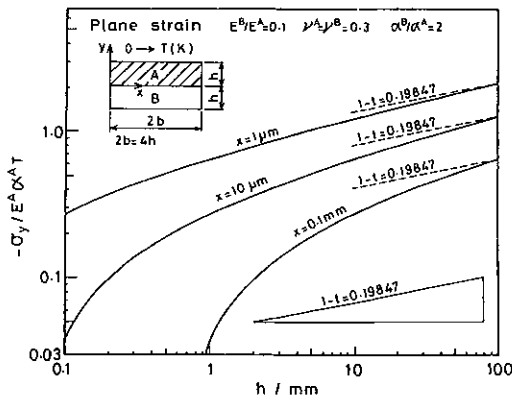


Fig. 11 Effect of thickness on residual stress

る。プロット点が $1-t$ の傾きの直線に載らなくなる位置から判断して、板厚 0.05 mm の場合には原点から 0.003 mm 以内で残留応力は式(6)に従って分布をしていることが分かる。すなわち、原点から板厚の 6% の長さを半径とした範囲が式(6)で示される特異応力分布をしていることになる。

2, 4章と式(10)より材料定数 E^B/E^A , ν^A , ν^B が異なる 2 種類の接合継手の強度評価を行う場合には特異項の応力の次数 $1-t$ の値が 2 種類の継手で異なるため、き裂の問題で有効であった(き裂では常に $1-t=1/2$ である)応力拡大係数は 2 種類の継手の応力分布を規定するパラメータとはならない。また、材料定数が一定な継手の寸法効果を検討する場合にも、式(10)に示されているように、 σ_0 では第 2 項である特異項以外の σ_0 の項があるため、応力拡大係数のみでは寸法効果は検討できない。

Fig. 11 は Fig. 3, 8 を使用して式(10)より計算した界面上の点 $x=1 \mu\text{m}$, $10 \mu\text{m}$, 0.1 mm の応力に及ぼす板厚 h の影響、すなわち、寸法効果を示している。応力は特異項から予測される h^{-t} に従って増加していない。従って、寸法効果が σ_0 で決まる場合には応力拡大係数はき裂の場合のように寸法効果を決める唯一のパラメータとはならない。しかし、せん断応力が寸法効果を決めている場合には、応力拡大係数は寸法効果を決める有効なパラメータとなる。また、残留応力分布は式(10)に従っているため、寸法効果および接合材料の最適な組合せを検討する場合には応力拡大係数のみを用いて議論しても適切でなく、式(10)で与えられる残留応力分布に注目して検討する必要がある。

5. 結 論

2 枚の矩形の異種物体 A と B を拡散接合した場合を対象として弾性論と数値解析で界面接合端部の近傍の残留応力分布を検討した結果、次の結論が得られた。

- 1) 残留応力場と外力の作用場での特異項の次数は同じになる。
- 2) 拡散接合継手の板幅が板厚に比べて十分に大きい場合を例として、相似則を利用した残留応力の計算方法を示した。
- 3) 板幅 $2b$ が応力拡大係数に影響を与えなくなる寸法は材料定数 E^B/E^A の影響を大きく受け、 α^B/α^A , ν^A , ν^B の影響をあまり受けない。
- 4) 残留応力はポアソン比が 0.3 と 0.2 の範囲ではポアソン比の影響をあまり受けず、残留応力は次の無次元量の形 $\sigma/E^A(\alpha^B-\alpha^A)T$ で材料定数 E^B/E^A と寸法比 h_2/h_1 の関数となる。
- 5) 板幅 $2b$ が応力拡大係数に影響を与えなくなる寸法では、特異応力場は板厚の 6% の長さを半径とし、原点を界面端部とした範囲内で成立する。
- 7) 界面端部の近傍に生じるせん断応力は応力拡大係数だけで求められるが、界面に垂直な応力は応力拡大係数だけでは導けない。このため寸法効果を検討する場合には残留応力分布に注目して検討しなければならない。
- 8) 応力の特異項の次数 $-(1-t)$ は材料定数 E^B/E^A , ν^A , ν^B の関数であるから、最適な材料の組合せを応力拡大係数の値を用いて検討しても、あまり有効ではないと思われる。

参 考 文 献

- 1) 寺崎, 瀬尾, 平居: 残留応力の整理パラメータ, 本誌, Vol. 5 (1987), No. 4, p. 533
- 2) 寺崎, 平居, 瀬尾: 残留応力に及ぼす材料定数, 試験片寸法の影響, 本誌, Vol. 6 (1988), No. 2, p. 284
- 3) 須賀: 接合部の熱応力解析, 溶接学会全国大会講演概要 44 集, 1989, p. 23
- 4) 服部, 坂田, 初田, 村上: 応力特異場パラメータを用いた接着界面強度評価, 日本機械学会論文集(A編), 54 巻(1988)499 号, p. 597
- 5) 溝口, 小林, 井上: 異材接合体の応力解析と強度評価, 神戸製鋼技報, Vol. 39 (1989), No. 2, p. 77
- 6) N. I. Muskhelishvili: Some Basic Problems of the Mathematical Theory of Elasticity, Noordhoff, Holland (1953)
- 7) 岡村: 線形破壊力学入門, 培風館, 1976
- 8) 藤谷: グラック先端の応力特異解の解析とその工学的応用に関する研究, 日本建築学会中国支部研究報告集, 第 11 巻 (1983) 1 号, p. 13
- 9) M. L. Williams: Stress Singularities Resulting From Various Boundary Conditions in Angular Corners of Plates in Extension, J. Appl. Mech. Vol. 19 (1952), p. 526
- 10) K. Mizuno, K. Miyazawa and T. Suga: Characterization of Thermal Stresses in Ceramic/Metal-Joint, J. Fac. Engng., Uni. Tokyo (B), 24 (1988), p. 401
- 11) A. K. Rao: Stress Concentrations and Singularities at Interface Corners, ZAMM 51, 395-406 (1971)
- 12) 理科年表, 丸善(1982)