

有限要素法による異形筋と無機マトリックスの  
付着機構の解析

平居孝之\* 村上 聖\*\*

**Finite Element Method Analysis on Bond Mechanism  
of Deformed Bar and Inorganic Matrix**

Takayuki HIRAI and Kiyoshi MURAKAMI

大分大学工学部研究報告 第13号

昭和61年3月8日 発行

# 有限要素法による異形筋と無機マトリックスの 付着機構の解析

平居孝之\* 村上 聖\*\*

## Finite Element Method Analysis on Bond Mechanism of Deformed Bar and Inorganic Matrix

Takayuki HIRAI and Kiyoshi MURAKAMI

In this paper the bond mechanism of the reinforcing deformed bar and the inorganic matrix is investigated. The stress distribution of the inorganic matrix and the deformed bar is analysed by axisymmetric finite element method using a model, which a deformed bar buried in an inorganic matrix is pulled out.

When the load pulling out the deformed bar is operated, cracks initiate in the inorganic matrix face to the nails of the deformed bar, and as the load increases the cracks grow up. After the cracks grow up the load is carried from the reinforcing deformed bar to the inorganic matrix by the portions of the inorganic matrix positioned between the grow up cracks and the surface of the deformed bar. When the pulling out load becomes large the portion of the inorganic matrix mentioned above is sheared under the state of tension-compression stress and the inorganic matrix starts to slide on this sheared line. Then ultimately the pulling out load keeps the same value and the slip between the deformed bar and the inorganic matrix quickly increases.

Key words : deformed bar, inorganic matrix, bond performance, surface condition

### 1. 序

鉄筋で補強したコンクリートに荷重が作用した場合の両者の応力分布については、種々の荷重状態におけるモデルについて解析を行い試験の結果と比較するなど、これまで多くの研究がなされている。これらの研究から、荷重が小さいときの無機マトリックスと補強筋に生じる応力、また両者の界面に発生する付着応力を知ることは出来る。しかし荷重が大きくなって補強筋と無機マトリックスの相対すべりが大きくなった場

合や、付着面の無機マトリックスが部分的に破壊することを考慮した場合の応力分布は、十分に解明されていない。特に切り欠きやフシのある異形筋と無機マトリックスとの付着機構を解明するには、無機マトリックスと補強筋の界面における複雑な応力伝達の様相を調べる必要がある。

ここでは、無機マトリックスに埋め込んだ異形筋を引き抜いた場合について、両者の相対すべりが大きくなった時の応力と変形を、無機マトリックスの破壊という点を考慮しながら軸対称モデルを用いた有限要素法により解析し、異形筋と無機マトリックスの間の応力伝達の様相を考察した。また既報<sup>(1),(2)</sup>で述べたアルミニウム異形筋を用いた試験結果と比較検討した。

昭和60年10月24日受理

\* 共通講座

\*\* 熊本大学工学部建築学科

2. 解析方法と解析結果

2.1 有限要素法軸対称モデルの設定

既報<sup>(1)</sup>で述べた試験に用いた異形筋のうち直径16mmの丸棒に深さ1.5mm長さ12mmの輪切り状の切り欠きを15mm間隔で4ヶ所配置したアルミニウム異形筋を、直径10cmで高さが10cmの円柱体の無機マトリックスに埋め込んだ試験体において、異形筋を引き抜く場合を解析の対象にする。既報で述べた試験では1辺10cmの立

方体のマトリックスを使っているが、解析では軸対象のモデルにするため直径10cmで高さが10cmの円柱体のマトリックスにしている。

三角形定ひずみの要素を用い、図1のように解析モデルの断面が軸対称であることから、断面の片側について要素数298節点数207で要素分割を設定したものを、基本的な解析モデルにする。アルミニウム異形筋と無機マトリックスは、切り欠きの無載荷側の側面(節点番号45, 115, 100, 120, 105, 125, 110, 130)で接続されており、アルミニウム異形筋を引き抜く力の方向への応力伝達はこれらの節点から行なわれると考え、また既報<sup>(1),(2)</sup>で述べたようにアルミニウム異形筋と無機マトリックスはアルミニウム異形筋の滑らかな表面と平行にはほとんど応力を伝達出来ないで、先にあげた節点以外で両者の界面に位置する節点

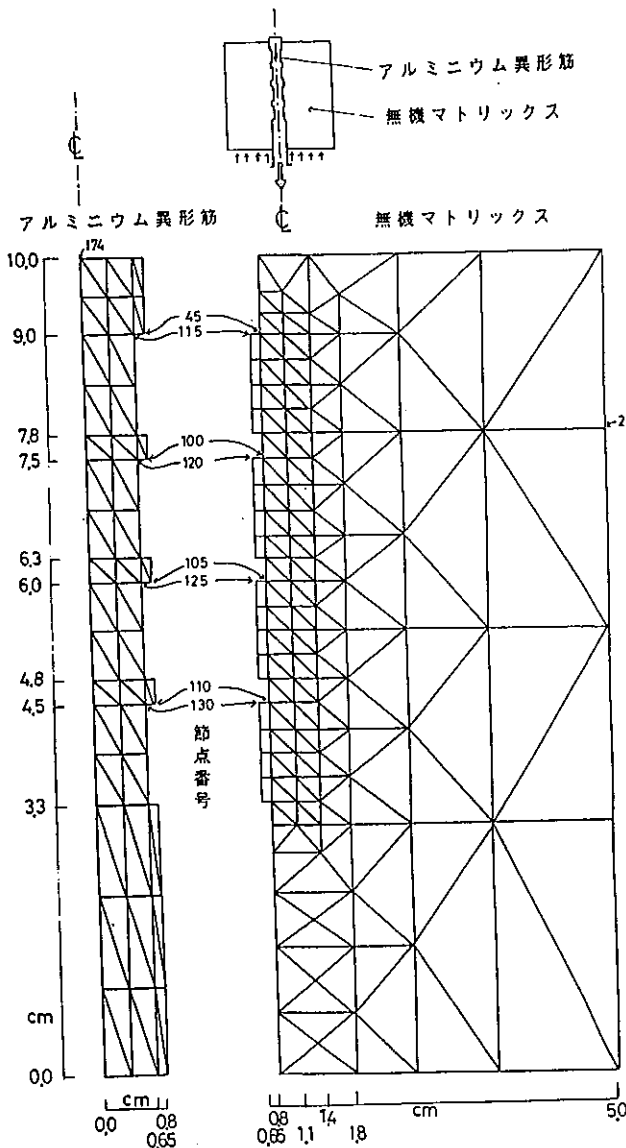


図1 解析モデルの要素設定

表1 アルミニウム異形筋と無機マトリックスの力学的性能の設定

アルミニウム異形筋	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ヤング率 724000 kgf/cm<sup>2</sup></li> <li>・ポアソン比 0.25</li> </ul>
無機マトリックス	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ヤング率 100000 kgf/cm<sup>2</sup></li> <li>・ポアソン比 0.23</li> <li>・圧縮-引張、引張-引張における破壊条件</li> </ul> $\sigma_1 = 0.003 \sigma_1^4 - 200$

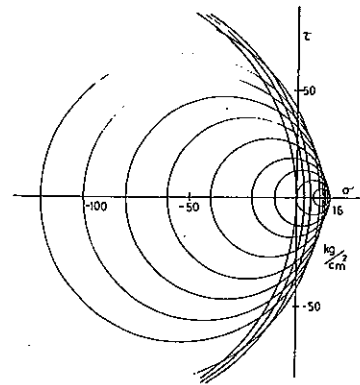


図2 無機マトリックスのクラック発生における応力状態

は、界面と平行な方向への移動を抑束されないものとして、アルミニウム異形筋と無機マトリックスは弾性的に変形すると考え、その力学的性能は表1に示すように設定する。

### 2.2 クラックの解析モデルへの組み込み

異形筋のフシに接する部分の無機マトリックスにクラックが発生するときの判定条件は、これまで発表されてきた組み合わせ応力下のコンクリートの破壊条件の

うち<sup>(3)-(7)</sup>、Kupferらの実験結果<sup>(6),(7)</sup>を参考にして、表1と図2に示すように設定した。すなわち図1に示した解析モデルの平面に含まれる2つの垂直主応力度が、表1の応力状態に達した時点でクラックが発生すると仮定している。したがってここでは軸対称モデルの場合に存在する平面に垂直な方向の応力は、無機マトリックスのクラック発生判断において考慮していない。今回行った計算では、圧縮側の主応力度が無機マトリックスの圧縮強度をこえる以前に、圧縮-引張あ

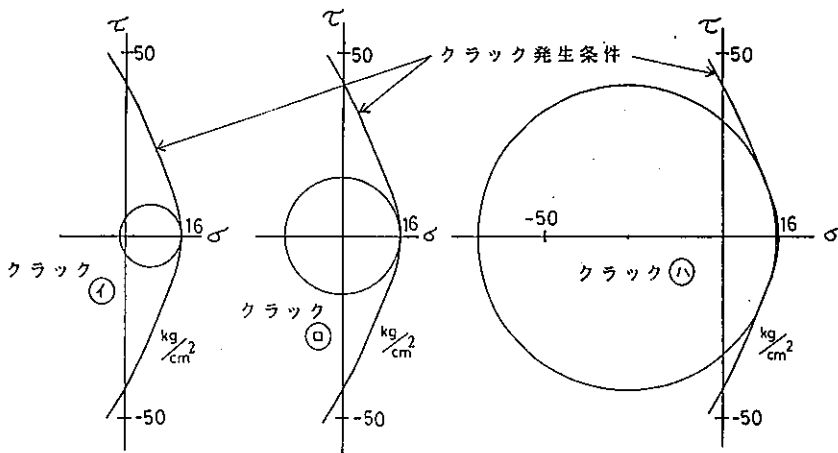


図3 クラック①②③の応力状態

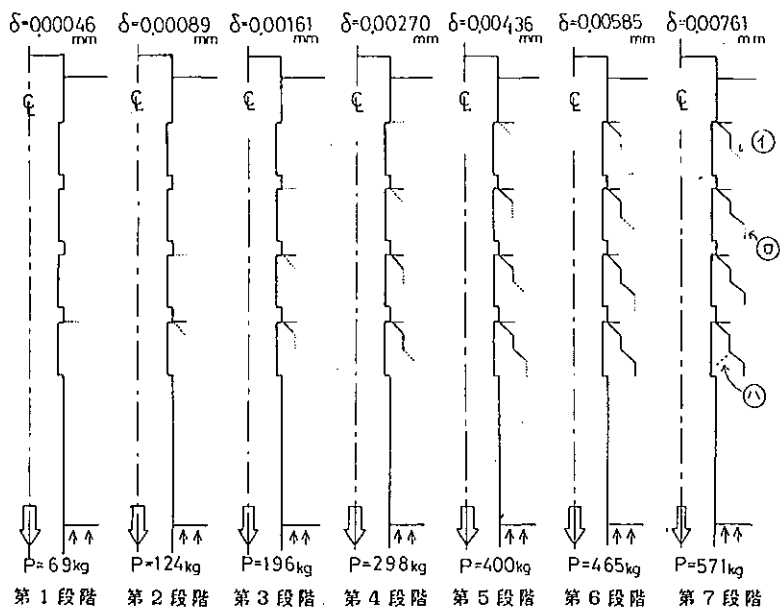


図4 引き抜き荷重とキレツの進展

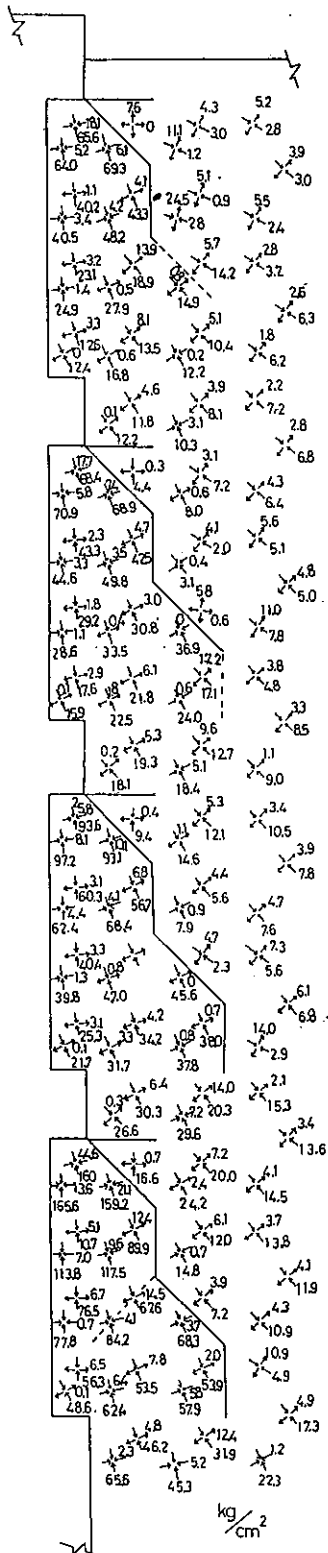


図5 マトリックスの応力分布 (第7段階)

るいは引張—引張の応力状態のいずれかの要素が、表1に示したクラック発生条件に達している。クラックの発生する条件の一例を示すと図3になる。クラックが生じたときは、節点を結ぶ直線のうちそのクラックの方向に近い方向の直線の上にクラックが生じるものと仮定し、次の異形筋の引き抜き荷重をさらに大きくした計算で、クラックの上に新たに節点を設けてクラックの発生を解析モデルに組み込んでいる。

### 2.3 クラックの進展

アルミニウム異形筋の引き抜き荷重を増大させながら順次無機マトリックスにクラックを発生させて計算を繰り返すと、アルミニウム異形筋の切り欠きの先端に位置する無機マトリックスにおいて、クラックが図4に示すような状態で進展する。無機マトリックスの応力分布のうち図4の第7段階を示すと図5になり、第7段階でクラックの発生する要素の応力状態を表すと図3になる。図3でイとロで示されるクラックは、モールの応力円で表わした応力状態が、引張主応力度軸上またはその近辺でクラック発生条件に達している。また第1段階から第6段階のクラック発生の際もこれらのイロと同じく引張主応力度が原因となってクラックが発生している。ところが、第7段階のハで示されたクラックは、圧縮側の主応力度の絶対値が引張側の主応力度の5倍程度あり、図3のように引張応力度と共にせん断応力度の作用する面でクラック発生条件に達しているため、引張応力度とせん断応力度が原因

付着応力度

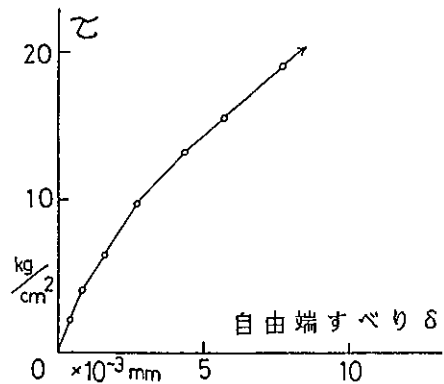


図6 付着応力度—自由端すべり

でクラックが発生していると考えられる。

なお、無機マトリックスとアルミニウム異形筋の相対すべりを、アルミニウム異形筋自由端中央の節点174と、引き抜き試験時に測定治具をマトリックスに設定する点に近い無機マトリックス上の節点2の変位の差をもって導き、付着応力度との関係で示すと図6のようになる。

### 3. 考 察

#### 3.1 解析結果にもとづく異形筋と無機マトリックスの付着機構の仮説

図4で示したように、異形筋に引き抜き荷重がかか

ると切り欠き部分の無機マトリックスにクラックが発生し、切り欠きの回りの無機マトリックスが部分的に圧縮される形態をとりながら、異形筋と無機マトリックスの間で応力が伝達される。この場合、異形筋自由端の相対すべりが0.001mm以下ときわめて小さい時点で、すでにクラックはそれぞれの切り欠き部分の無機マトリックスで大きく進展しており、また異形筋の引き抜きにおける載荷端に近い切り欠きだけでなく、自由端に近い方の切り欠き部分までクラックの進展がみられる。異形筋の引き抜き荷重がさらに大きくなると、進展したクラックと異形筋の間にある無機マトリックスに、引張せん断によるクラックが発生する。以上の

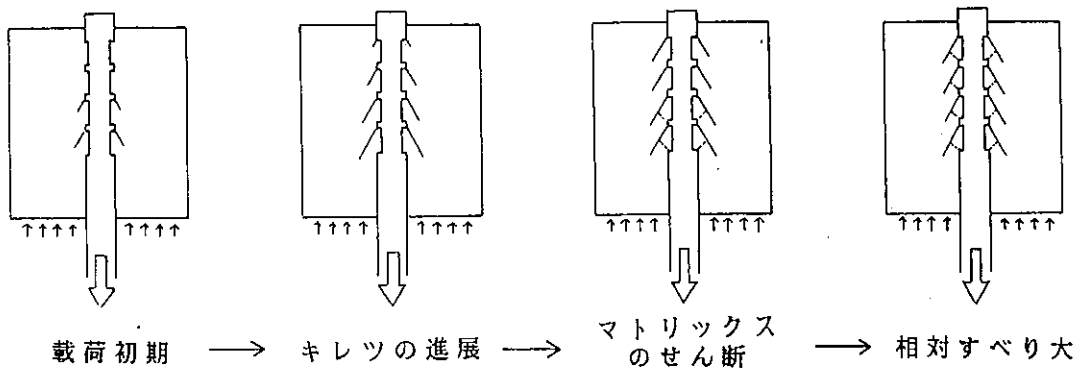


図7 異形筋と無機マトリックスの付着機構

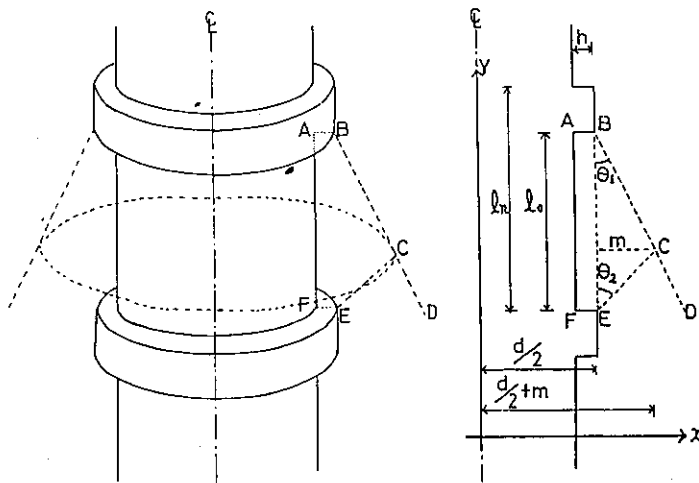


図8

ように、無機マトリックスに埋めこまれた異形筋が引き抜かれるときの応力と、無機マトリックスに発生するクラックの性状を検討したところから、両者の付着機構について次のような仮説を提案する。

図7のように、異形筋に引き抜き荷重が作用すると異形筋のフシの所で無機マトリックスにクラックが発生し、さらに荷重が大きくなるとクラックが進展してクラックと異形筋の間にある無機マトリックスが圧縮される形態をとりながら応力が伝達され、最終的にはこの部分の無機マトリックスがせん断してすべりだすため、引き抜き荷重が頭打ちになる。

3.2 付着機構の仮説に基づく付着性能の理論式

付着機構の仮説により異形筋の表面形状を数量化した係数を用いた付着性能の理論式を導く。

a 最大付着応力度  $\tau_{max}$

1つの切り欠き部分での最大付着応力度発生時の状態を、図8でフシの所から進展したキレットBDと異形筋との間に位置する無機マトリックスABCDEFが圧縮されCEで示される面でせん断で破壊するとし、このとき異形筋の引き抜き荷重が最大になると仮定する。1つの切り欠き部分で耐えられる荷重  $P_1$  は、マトリックスがCE面でせん断するときの強度を  $f$  で表して、次式になる。

$$P_1 = f \times (\text{CEの表面積}) = f \times \int_{d/2}^{d/2+m} \frac{1}{2\pi x \sin \theta_2} dx$$

$$= \frac{\pi f}{\sin \theta_2} (dm + m^2)$$

ここで  $(dm + m^2)$  を  $dm$  で近似して、

$$\approx \frac{\pi f}{\sin \theta_2} dm = \frac{\pi d}{\sin \theta_2 (\cot \theta_1 + \cot \theta_2)} f l_0$$

$$\therefore \tau_{max} = \frac{P_1}{\text{付着面積}} = \frac{P_1}{\pi d l_n}$$

$$= \frac{1}{\sin \theta_2 (\cot \theta_1 + \cot \theta_2)} f \frac{l_0}{l_n} \dots\dots\dots(1)$$

ここで、 $\frac{l_0}{l_n}$  の係数である  $\frac{1}{\sin \theta_2 (\cot \theta_1 + \cot \theta_2)}$   $f$  は前報<sup>(2)</sup>の最大付着応力度の予測式の係数  $\alpha$  に対応している。

b すべり初期の付着応力度  $\tau_{0.025}$

図9の切り欠きの側面であるABで、異形筋と無機

マトリックスの応力伝達がなされると考え、その時の無機マトリックスのAF方向への圧縮応力度の平均値を  $\sigma$  とし、無機マトリックスのヤング係数を  $E$  とすると、1つの切り欠きから伝達される応力  $P_2$  は、次式で表される。

$$P_2 = \sigma \times (\text{ABの表面積}) = \pi \sigma (dh - h^2)$$

ここで  $(dh - h^2)$  を  $dh$  で近似すると

$$\approx \pi \sigma dh \dots\dots\dots(2)$$

異形筋自由端と無機マトリックスの荷重方向の変位の差を  $\delta$  とし、 $\delta$  が異形筋とキレットの間にはさまれた部分の無機マトリックスの圧縮歪に比例すると考えれば、異形部分の付着長さを  $L$  として、 $\delta$  は次式で表される。

$$\delta = C_1 \frac{\sigma}{E} L \quad (C_1 \text{は定数}) \dots\dots\dots(3)$$

ここで(2)式と(3)式から

$$P_2 = \frac{E \pi d}{C_1 L} \delta h$$

$$\therefore \tau = \frac{P_2}{\text{付着面積}} = \frac{P_2}{\pi d l_n} \approx \frac{\delta}{C_1 L} E \frac{h}{l_n} \dots\dots\dots(4)$$

$\therefore \tau_{0.025} = \frac{\delta_{0.025}}{C_1 L} E \frac{h}{l_n}$   
 ここで  $\frac{h}{l_n}$  の係数  $\frac{\delta_{0.025}}{C_1 L} E$  は、前報<sup>(2)</sup>のすべり初期の付着応力度の予測式の係数  $\beta$  に対応している。

c 最大付着応力度発生時のすべり  $\delta_{max}$

(4)式の  $\tau$  に(1)式の  $\tau_{max}$  を代入して  $\delta_{max}$  は次の式で表される。

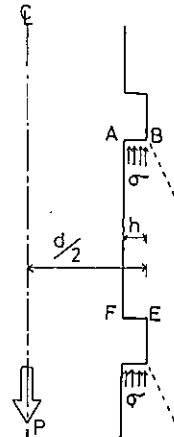


図9

$$\delta_{max} = \frac{C_1 L}{E} \frac{l_n}{h} \tau_{max} = \frac{C_1 L}{\sin \theta_2 (\cot \theta_1 + \cot \theta_2)} \frac{f l_o}{E h}$$

ここで  $\frac{l_o}{h}$  の係数  $\frac{C_1 L}{\sin \theta_2 (\cot \theta_1 + \cot \theta_2)} \frac{f}{E}$  は、前報<sup>(2)</sup>の最大付着応力度発生時のすべりの予測式の係数  $\theta$  に

対応している。

d 引き抜きによる吸収エネルギー  $\int \tau d\delta$

引き抜きによる吸収エネルギーは、最大付着応力度と最大付着応力度発生時のすべりとの積で近似して、

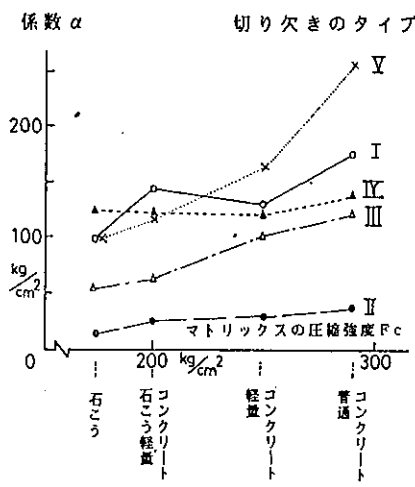


図10 係数  $\alpha$  とマトリックスの強度

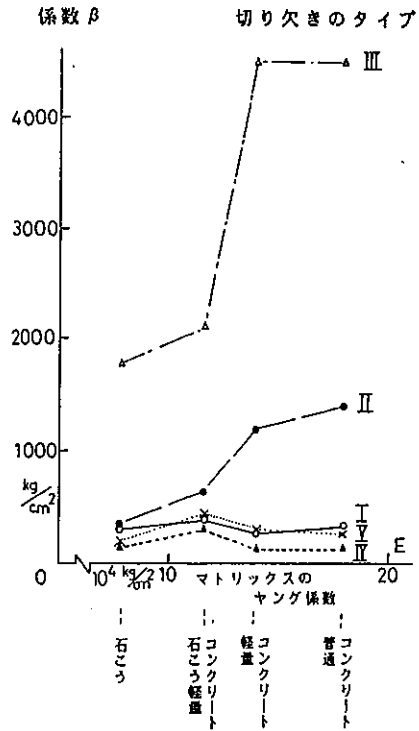


図11 係数  $\beta$  とマトリックスのヤング係数

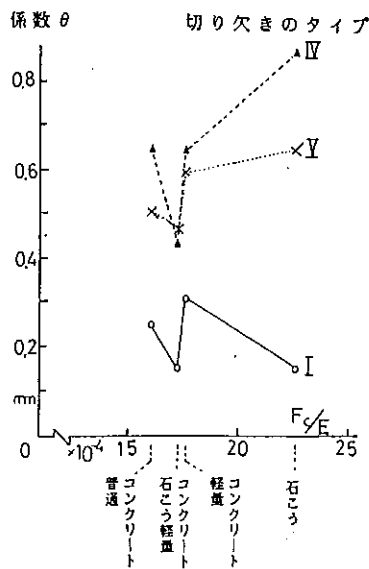


図12 係数  $\theta$  とマトリックスの強度/ヤング係数

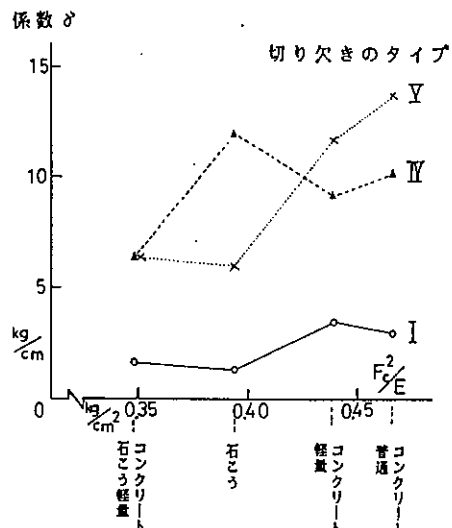


図13 係数  $\phi$  とマトリックスの(強度)²/ヤング係数



次式のように表すことができると考えられる。

$$\int \tau d\delta \doteq C_2 \delta_{\max} \tau_{\max}$$

$$= C_1 C_2 L \left( \frac{1}{\sin \theta_2 (\cot \theta_1 + \cot \theta_2)} \right)^2 \frac{f^2}{E} \frac{l_0^2}{h l_n}$$

ここで  $\frac{l_0^2}{h l_n}$  の係数  $C_1 C_2 L \left( \frac{1}{\sin \theta_2 (\cot \theta_1 + \cot \theta_2)} \right)^2 \frac{f^2}{E}$  は、前報<sup>(2)</sup>の引き抜きによる吸収エネルギーの予測式の係数  $\delta$  に対応している。

### 3.3 付着性能の理論式と実験結果の比較

以上の各式において、前報<sup>(2)</sup>の付着試験の解析より導かれた付着性能の予測式に出てきた係数  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\theta$ ,  $\delta$  に対応している項を見ると、 $\alpha$ は無機マトリックスの強度  $f$  に、 $\beta$ は無機マトリックスのヤング係数  $E$  に、 $\theta$  は  $f/E$  に、 $\delta$  は  $f^2/E$  に比例することになるから、それを試験結果にあてはめてみると図10～図13になる。これらの図から判断して、最大付着応力度をせん断面積係数で表すときの係数  $\alpha$  は、無機マトリックスの強度によって定まる値であるといえそうであるが、それ以外については、それぞれの係数を無機マトリックスの性能に関連させて説明することが出来るという結果とはなっていない。これは無機マトリックスが、強度性状がかなり異なる石こうとセメントのいずれかを結合材とする場合、また粒子強化された場合とそうでない場合があり、構成の違う無機マトリックスで比較しているためとも考えられる。同じ構成の無機マトリックスで調合を変化させることにより、無機マトリックスの性能を変化させて試験した場合について検討しなければならない。

## 4. 結 論

無機マトリックスに埋め込んだ異形筋を引き抜く場合の内部応力を、軸対称モデルを用いた有限要素法で解析した結果、載荷初期において異形筋のフシの無機マトリックスに発生したクラックが、荷重が増加すると共に進展し、異形筋とクラックの間にある無機マトリックスが圧縮される状態で応力が伝達され、さらに荷重が大きくなるとこの部分の無機マトリックスがせん断してすべり出し、異形筋と無機マトリックスの相対すべりが大きくなりながら、引き抜き荷重が頭打ちになると考察された。これに基づいて付着性能と無機マトリックスの性能の関係を、すでに行っている試験の結果と比較して調べたところ、最大付着応力度は無機マトリックスの圧縮強度と相関性のあることが認められたが、すべり初期の付着応力度、最大付着応力度発生時のすべり、引き抜けるときの吸収エネルギーについては、試験結果から判断出来なかった。

## 文 献

- (1) 平居孝之, 永松静也, 大分大学工学部研究報告 第8号, P159, 昭和57年2月
- (2) 平居孝之, 永松静也, 山崎均, 大分大学工学部研究報告 第11号, P271, 昭和59年12月
- (3) Palaniswamy, Shah, ASCE S. C., 1974, 5
- (4) Palaniswamy, Shah, Cement and Concrete Research, 1975, 5
- (5) Theocaris, Prassianakis, Magazine of Concrete Research, 1974, 6
- (6) Kupfer, Hilsdort, Rush, ACI Journal, 1969, 8
- (7) Kupfer, Gerstle, ASCE S. D., 1973, 8

An Experimental Database System for Management Informations Based on Time-Series Analysis Method and Syntactical Feature Description. ....	{ Shozo TOKINAGA Shin-ji SUETSUGU	... 83
Development of a Parallel Processing Simulation System for the Queueing Network by using Bus-Coupled Multi-Processor Architecture. ....	{ Shozo TOKINAGA Shige-hiro YOSHIMURA	... 91
Structures, Properties and Membranes of Polyelectrolyte Complexes Consisting of [2-(Diethylamino) ethyl] dextran Hydrochloride, (Carboxymethyl) cellulose and Poly (vinyl sulfate) .....	{ Yasuo KIKUCHI Naoji KUBOTA	... 97
A Hydrodynamic Modelling of the Solvent Refined Coal Process — Estimation of Kinetic Parameters — .....	{ Yasuo HATATE Chwan-Jong LOUH late Chen-Yu WEN Atsushi IKARI Tadashi HANO	... 105
A Hydrodynamic Modelling of the Solvent Refined Coal Process — Simulation Study of Liquefaction Process — .....	{ Yasuo HATATE Chwan-Jong LOUH late Chen-Yu WEN Atsushi IKARI Tadashi HANO	... 111
Two-Dimensional Analysis of Single-Sided Linear Induction Motor Using Boundary Element Method .....	{ Kokichi OGAWA Koji HIRAI Katsutoshi TANINO Sakutarō NONAKA	... 119
Compensation of End Effect of High-Speed LIM without Power Source .....	{ Katsutoshi TANINO Kokichi OGAWA	... 127
Note and Experiment on the Natural Convective Heat Transfer in Enclosed and Horizontal Fluid Layer .....	{ Kiyoji MIYABE Atsusi TSURUSAKI	... 135
Superconducting Energy Storage System Using the Cylindrical Solenoid Type Shield Coil .....	{ Tadao EZAKI Yasunari OKU	... 143
Finite Element Method Analysis on Bond Mechanism of Deformed Bar and Inorganic Matrix .....	{ Takayuki HIRAI Kiyoshi MURAKAMI	... 151